



## TESIS DE GRADO EN GEOFÍSICA

Comportamiento espectral y frecuencia pico en  
sismogramas de reflexión en ambientes de reservorio

por

Liliana M. Guevara

Directora: Dra. Claudia L. Ravazzoli



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS  
Marzo de 2016

# Índice general

<b>1. Introducción y motivaciones</b>	<b>3</b>
1.1. Estructura de la Tesis . . . . .	5
<b>2. Modelos para describir la propagación de ondas en medios reales</b>	<b>6</b>
2.1. Conceptos generales . . . . .	6
2.2. La aproximación acústica y la ecuación de onda escalar . . . . .	8
2.3. Ondas acústicas planas . . . . .	10
2.4. Incompresibilidad y velocidades elásticas según el modelo de Gassmann . .	11
2.5. Efectos de atenuación-dispersión en rocas saturadas . . . . .	13
2.6. Propiedades físicas de los fluidos de reservorio . . . . .	16
<b>3. Coeficientes de reflexión-transmisión generalizados - Sismogramas sintéticos</b>	<b>18</b>
3.1. Impedancias en medios acústicos . . . . .	18
3.2. Coeficientes de reflexión acústicos para una interfase . . . . .	19
3.3. Coeficiente de reflexión para una capa . . . . .	22
3.4. Frecuencias propias de la reflectividad . . . . .	24
3.5. Coeficientes de reflexión para un número arbitrario de capas . . . . .	26
3.6. Sismogramas sintéticos de reflexión . . . . .	27

<b>4. Análisis tiempo-frecuencia de series de tiempo</b>	<b>29</b>
4.1. Transformada de Fourier de tiempo reducido . . . . .	30
4.2. Transformada S . . . . .	32
4.3. Validación y comparación de métodos . . . . .	34
<b>5. Comportamiento espectral y frecuencia pico en reservorios finos</b>	<b>36</b>
5.1. Parámetros para el modelado . . . . .	36
5.2. Modelo de fuente y balance espectral . . . . .	38
5.3. Análisis de velocidad, atenuación y dispersión . . . . .	39
5.4. Modelo de reservorio de una capa . . . . .	41
5.4.1. Arenisca Utsira . . . . .	42
5.4.2. Arenisca Berea . . . . .	47
5.5. Modelo de reservorio de dos capas . . . . .	49
<b>6. Conclusiones</b>	<b>55</b>

# Capítulo 1

## Introducción y motivaciones

La amplitud y contenido espectral de las ondas sísmicas reflejadas es influenciada por diversos factores tales como el tipo y características de las rocas del subsuelo, la forma de las interfases, la presencia de heterogeneidades, propiedades petrofísicas, el contenido de fluidos porales y tipo de fuente sísmica, entre otros. En el contexto de la exploración de reservorios de hidrocarburos, diversos autores han observado y estudiado la ocurrencia de amplitudes anómalas de bajas frecuencias, en general a frecuencias menores de 20 Hz, asociados a reservorios de gas y condensados, tales como Taner et al. (1979) [40], Castagna et al. (2003)[11], Odebeatu et al. 2006[29], Goloshubin et al. 2006 [19], Zenhua et al. (2008) [47] , Tai et al. (2009) [39], Chabyshova y Goloshubin (2014) [15] y otros.

Estas anomalías, al asociarse en general a la presencia de fluidos de reservorio (en especial gas) en el espacio poral de las rocas, se las ha tratado de utilizar para la detección de los mismos y se las considera un indicador directo. Sin embargo, estos efectos no han sido del todo entendidos, en especial para el caso particular de reservorios finos en los que la distancia que recorren las ondas sísmicas es insuficiente para justificar el corrimiento de la energía hacia las bajas frecuencias por efectos de atenuación de las componentes de alta frecuencia [11]. En tal sentido, en esta Tesis se muestra la utilización de herramientas de modelado y de física de rocas para tratar de estudiar estos efectos, mediante la generación de sismogramas sintéticos de reflexión en rocas porosas saturadas y su posterior análisis mediante métodos de descomposición espectral. De esta manera se espera observar el contenido espectral de las reflexiones en diferentes ventanas de tiempo de las señales y el comportamiento y eventual corrimiento de las frecuencias asociadas a los máximos de amplitud (a las que nos referiremos como *frecuencias pico*).

Con esta idea, en esta tesis de grado se estudia y analiza la sensibilidad teórica de la frecuencia pico local, mediante experimentación numérica con la idea de observar bajo qué condiciones pueden ocurrir tales corrimientos, enfatizando en el caso de capas finas (es decir, aquellas cuyo espesor es inferior a la longitud de onda central de la fuente sísmica).

Los objetivos centrales de este trabajo son:

- generar sismogramas sintéticos de onda compresional en modelos de reservorio simples,
- analizar desde bases teóricas los picos espectrales de los sismogramas,
- localizar la frecuencia pico máxima mediante descomposición tiempo-frecuencia, y realizar la comparación con las predicciones teóricas,
- analizar la sensibilidad de este atributo a los parámetros geométricos y físicos del reservorio.

El modelado de sismogramas de reflexión se realizará mediante síntesis de Fourier de ondas planas [23], utilizando una formulación acústica. Para esto se utilizará la solución analítica de Brekhovskikh (1980)[7] para la función de reflectividad generalizada en el dominio de las frecuencias para una capa de espesor finito entre dos semiespacios. Dicha función (compleja y altamente dependiente de la frecuencia), tiene en cuenta efectos de interferencia, tuning y múltiples generadas dentro de la capa y permite hacer una estimación teórica de las frecuencias asociadas a los máximos de amplitud, lo que será útil para validar los procedimientos de descomposición espectral. La descripción de las propiedades poroelásticas del medio se realizará mediante la teoría de Gassmann (1951)[17] para diferentes fluidos. Además, se extenderá esta formulación al caso viscoelástico, utilizando el modelo de White et al. (1975)[42], apropiado para modelar el comportamiento anómalo de la atenuación y la dispersión de velocidad sísmica en ambientes de reservorio. De esta manera se espera analizar la contribución de ambos efectos en el corrimiento de la frecuencia pico.

El análisis del contenido espectral dentro de ventanas de tiempo se llevará a cabo mediante técnicas de descomposición tiempo-frecuencia, que son ampliamente utilizadas para el procesamiento de datos sísmicos y de series de tiempo no estacionarias en general. Primeramente se utilizarán métodos clásicos, tales como la Transformada de Fourier de tiempo reducido (STFT) y su implementación con ventanas suavizantes (por ej. Hamming). Sin embargo, es sabido que dichas técnicas poseen fuertes limitaciones de resolución y sus resultados son muy sensibles a la elección de los parámetros de la ventana. Por tal razón, además se implementará el procedimiento de descomposición propuesto por Stockwell et al. (1996)[37], basado en la Transformada de Ondeletras Continua, que resulta mucho más preciso para la localización de la frecuencia pico en cada ventana y fue utilizado por Odebeatu et al. (2006)[29] y luego por Hamidi et al. (2011)[21], para el estudio de estos problemas con datos reales.

Utilizando los procedimientos descriptos se muestra un análisis paramétrico considerando un modelo simplificado de reservorio, para rocas consolidadas y no consolidadas, diferentes espesores, tipos de fluido y grados de saturación. El objetivo final es entender

cualés son los factores de mayor influencia y los escenarios más probables para la ocurrencia de estos efectos esperando que las conclusiones de este trabajo constituyan un avance en la comprensión de este fenómeno.

## 1.1. Estructura de la Tesis

En el Capítulo 2 se hará una breve reseña de definiciones, conceptos teóricos y modelos físicos necesarios para el desarrollo del trabajo. Esto incluye la revisión de la aproximación acústica para la propagación de ondas, modelos constitutivos adecuados para las rocas, efectos de atenuación y dispersión y las propiedades físicas de los fluidos porales en el reservorio.

En el Capítulo 3 desarrollaremos las ecuaciones necesarias para llegar a la función de *reflectividad generalizada* para el caso de una capa y la generalización a múltiples capas. La importancia de la misma reside en que contiene la información de todas las interfases del subsuelo, incluyendo reflexiones múltiples y su interferencia. Además se describe la aplicación de dichos coeficientes para generar sismogramas sintéticos mediante síntesis de Fourier.

En el Capítulo 4 se introducen conceptos sobre los métodos de descomposición tiempo-frecuencia, los que permiten determinar el contenido de frecuencias de las señales a un determinado tiempo. En este contexto se introduce la Transformada de Fourier de Tiempo Reducido y posteriormente la Transformada de Stockwell.

En el Capítulo 5 se utilizan las herramientas teóricas y métodos descritos en los anteriores Capítulos para analizar ejemplos concretos, centrando la atención en el comportamiento y sensibilidad de las amplitudes máximas y las frecuencias a las que ocurren, para el caso de reservorios finos, de una y dos capas.

Finalmente en el Capítulo 6 se elaboran conclusiones y se sientan las bases para trabajos futuros.

# Capítulo 2

## Modelos para describir la propagación de ondas en medios reales

En este Capítulo haremos una breve reseña de definiciones, conceptos teóricos y modelos físicos necesarios para el desarrollo de esta Tesis. Esto incluye la revisión de ecuaciones de onda, modelos constitutivos clásicos adecuados para las rocas, efectos de atenuación y dispersión asociados y propiedades físicas de los fluidos porales en el reservorio.

### 2.1. Conceptos generales

El modelado de los fenómenos de propagación y reflexión de ondas sísmicas usualmente se realiza utilizando los conceptos clásicos de la teoría de los medios continuos. Esto implica suponer que el comportamiento físico de los sólidos y fluidos que constituyen las rocas es considerado a una escala macroscópica, sin tener en cuenta las heterogeneidades existentes en la microescala. Este enfoque es razonable teniendo en cuenta que las longitudes de las ondas involucradas son varios órdenes mayores que las dimensiones características de los granos de minerales y poros y será adoptado a lo largo de este trabajo.

Bajo esta condición de homogeneidad macroscópica es válido representar a las rocas multifásicas como un *medio efectivo* [35], cuya deformación y movimiento se describirá mediante un único campo de *desplazamientos*,  $\mathbf{u}$ , asociado a una partícula ubicada en un punto  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  a un tiempo  $t$ , de la forma

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u_x, u_y, u_z), \quad (2.1)$$

en un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal, el que será adoptado de aquí en adelante.

Para cuantificar la deformación del cuerpo una vez definido el campo de desplazamientos se define el tensor cartesiano de *deformación* lineal (simétrico),  $\varepsilon$  cuyas componentes están dadas por

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = x, y, z. \quad (2.2)$$

Las fuerzas internas que actúan mutuamente entre partículas adyacentes se representan mediante el tensor cartesiano de *tensiones*, de componentes  $\tau_{ij}$ , relacionadas con la fuerza por unidad de área que actúa a través de una superficie interna dentro del continuo. La relación entre las componentes de los tensores de tensión y de deformación es una característica fundamental del medio, y se define a través de una *relación constitutiva*. Bajo la suposición de comportamiento *elástico* (ampliamente utilizada en aplicaciones geofísicas), la relación matemática entre esfuerzos y deformaciones (infinitesimales) puede expresarse en la forma

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = x, y, z, \quad (2.3)$$

donde se aplica convención de suma sobre índices repetidos. En esta expresión, denominada *ley de Hooke generalizada*, los elementos del tensor  $C_{ijkl}$  dependen de las propiedades del material y pueden variar punto a punto del cuerpo (caso inhomogéneo) o con la dirección (caso anisótropo), pero no dependen de la deformación, con lo cual la relación es lineal.

Bajo la suposición de *isotropía*; es decir, cuando la relación entre tensiones y deformaciones no depende de la dirección; se demuestra que el tensor  $C_{ijkl}$  se reduce a sólo dos módulos elásticos independientes, los cuales se denominan *coeficientes de Lamé* y suelen denotarse como  $\lambda$  y  $\mu$ . De esta forma, la relación entre esfuerzo y deformación para un sólido elástico lineal e isótropo es de la forma

$$\tau_{ij} = \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \quad (2.4)$$

donde  $\delta$  denota la función *delta de Kronecker*. El módulo  $\mu$ , se denomina *módulo de rigidez* o de corte y es una medida de la resistencia del material a la deformación debido a esfuerzos de cizalla. El parámetro  $\lambda$  está relacionado con el *módulo de volumen*  $K$  del material (inverso de la compresibilidad) en la forma

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu, \quad (2.5)$$

el que se obtiene como la razón del esfuerzo hidrostático sobre la deformación volumétrica y es de gran importancia práctica.

Las ecuaciones de movimiento se obtienen a partir de la *segunda ley de Newton* para un elemento del medio continuo. Para ello, se tienen en cuenta las fuerzas de contacto entre partículas adyacentes y las originadas en procesos o fuentes externas  $\mathbf{f}$ , resultando

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad i, j = x, y, z, \quad (2.6)$$



donde se denota con  $\rho$  la densidad de masa del material, la cual se asume constante en el tiempo. La expresión (2.6) es el sistema de *ecuaciones diferenciales de movimiento* para un medio continuo.

Si las fuerzas externas se suponen nulas, se obtiene la ecuación de movimiento homogénea

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.7)$$

Al sustituir la relación constitutiva (2.4) en (2.7) e introduciendo la hipótesis de homogeneidad (propiedades independientes de la posición) se obtiene finalmente la *ecuación vectorial* de movimiento para el medio elástico, en el dominio espacio-tiempo, dada por

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}). \quad (2.8)$$

A partir de (2.8), tomando respectivamente la divergencia y el rotor de la misma, es posible obtener dos soluciones, las cuales representan las ondas corpóreas *compresional* o longitudinal y de *corte* o transversal, que como es usual se denominan *ondas P* y *S*. Con el fin de desacoplar ambos modos de propagación, por medio del *teorema de Helmhöltz*, se proponen soluciones de (2.8) en la forma:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \nabla \phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}, \quad \text{con} \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0. \quad (2.9)$$

El desplazamiento elástico total en cierto punto puede ser expresado entonces como composición de desplazamientos, que se derivan de los potenciales  $\phi$  y  $\boldsymbol{\psi}$  para las ondas P y S respectivamente. Dicho de otro modo, el desplazamiento total en un punto puede considerarse la superposición de un campo de desplazamientos irrotacional y un campo isovoluminal.

Operando algebraicamente con las expresiones (2.8) y (2.9), se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales de onda [1, 22]:

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}, t) - \left( \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right) \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.10)$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t) - \left( \frac{\rho}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

De esta forma, la solución para la onda compresional resulta de la ecuación de onda escalar para  $\phi(\mathbf{x}, t)$  y la solución para la onda de corte por la ecuación vectorial para  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t)$ .

## 2.2. La aproximación acústica y la ecuación de onda escalar

Una aproximación comúnmente utilizada para describir fenómenos de propagación de ondas compresionales puras es la hipótesis de comportamiento *acústico* para el medio,

lo que equivale a considerar ondas sonoras propagándose por el subsuelo. Si bien esto constituye una simplificación, que no tiene en cuenta la conversión a ondas de corte, cabe señalar que en medios isótropos se usa a menudo la ecuación de onda acústica escalar para describir la cinemática de las ondas sísmicas compresionales (por ej. [45]), especialmente para offset cero o ángulos pequeños, por ser más eficiente que la ecuación de onda elástica vectorial (2.8). Además como veremos en el Capítulo siguiente, esta aproximación permite encontrar expresiones analíticas exactas para los coeficientes de reflexión y transmisión en medios estratificados, analizar sus propiedades y calcular sismogramas sintéticos acústicos. En lo que sigue se propone una derivación sencilla de dicha ecuación de onda escalar.

En primer lugar, dado que las ondas acústicas no producen esfuerzos de corte, es suficiente caracterizarlas a través del campo de presión que generan al propagarse en el medio elástico. Para esto recordemos que la presión mecánica,  $P$ , sobre un elemento del continuo está dada por el valor medio del esfuerzo normal ejercido por el medio sobre el elemento, esto es:

$$P = -\frac{1}{3}\tau_{ii}, \quad (2.12)$$

de la expresión (2.4) resulta:

$$P = -(\lambda + 2/3\mu)\nabla \cdot \mathbf{u} = -K\nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (2.13)$$

siendo  $K$  el módulo de volumen o incompresibilidad como ya se definió. Teniendo en cuenta que bajo la presente hipótesis se considera que el estado tensional inducido por las ondas en el medio es de tipo hidrostático, es decir, de la forma:

$$\tau_{ij} = -P \delta_{ij}, \quad (2.14)$$

reemplazando en la ecuación de movimiento homogénea (2.7), resulta:

$$\rho \ddot{u}_i = -\frac{\partial(P \delta_{ij})}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.15)$$

Denominando  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}$  a la velocidad de las partículas, podemos escribir:

$$-\frac{\partial P}{\partial x_i} = \rho \dot{v}_i. \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.16)$$

Para encontrar la ecuación de onda acústica escalar derivamos (2.13) respecto del tiempo dos veces

$$-\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -K \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial x_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.17)$$

y derivamos (2.16) respecto de  $x_i$ , resultando

$$\nabla^2 P = \rho \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial x_i} \quad (2.18)$$

Combinando (2.17) y (2.18) resulta la siguiente ecuación diferencial escalar de segundo orden para el campo de presión  $P(\mathbf{x}, t)$  en la forma

$$\nabla^2 P(\mathbf{x}, t) - \frac{\rho}{K} \frac{\partial^2 P(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2.19)$$

Nótese la equivalencia de forma entre (2.19) y la ecuación diferencial para el potencial escalar (2.10).

### 2.3. Ondas acústicas planas

Las soluciones analíticas más simples de la ecuación (2.19) corresponden a la propagación de *ondas planas armónicas*. Por conveniencia vamos a encontrar la solución transformando al *dominio de las frecuencias* mediante la transformada (integral) de Fourier en la variable temporal en la forma:

$$\hat{P}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt \quad (2.20)$$

donde  $\hat{P}(\mathbf{x}, \omega)$  es la presión transformada, y  $\omega$ , denota la *frecuencia angular*, relacionada con la frecuencia lineal como  $\omega = 2\pi f$ . La antitransformada tiene la forma

$$P(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega; \quad (2.21)$$

en lo que sigue, el símbolo  $\hat{\cdot}$  se utiliza para denotar la variable transformada. Aplicando la transformada a la ecuación diferencial (2.19) se tiene

$$\nabla^2 \hat{P}(\mathbf{x}, \omega) + \left( \frac{\rho\omega^2}{K} \right) \hat{P}(\mathbf{x}, \omega) = 0. \quad (2.22)$$

Luego, empleando el procedimiento de separación de variables se obtiene una familia de soluciones en la forma de ondas planas, para una componente de frecuencia  $\omega$ :

$$\hat{P}(\mathbf{x}, \omega) = P_0(\omega) e^{i(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z)}, \quad (2.23)$$

donde  $P_0$  es el factor de amplitud y los coeficientes  $k_x, k_y, k_z$  son las constantes de separación (reales o complejas), dependientes de  $\omega$  e independientes de  $\mathbf{x}$ . Dichas constantes son las componentes de un vector normal a los planos de fase constante, denominado *vector de onda* que denotaremos  $\mathbf{k} = k_i e_i$  y se relacionan con las propiedades del medio mediante la siguiente expresión, conocida como *relación de dispersión*

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{\left(\frac{K}{\rho}\right)}. \quad (2.24)$$

A su vez permiten calcular la velocidad a la que se mueven los planos de fase constante de la onda acústica o *velocidad de fase*, mediante la relación:

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.25)$$

donde  $k = |\mathbf{k}|$ . El vector de onda puede también ser complejo, en ese caso el modelo permitirá describir efectos de *atenuación* de la onda en el medio. El análisis de Fourier permite representar los campos de ondas como superposición o síntesis de ondas planas armónicas de distintas amplitudes y frecuencias:

$$P(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_0(\omega) e^{i(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z - \omega t)} d\omega. \quad (2.26)$$

Esta expresión se utilizará en su forma discreta para el cálculo de sismogramas sintéticos (de reflexión) como veremos en el Capítulo siguiente.

## 2.4. Incompresibilidad y velocidades elásticas según el modelo de Gassmann

La teoría de Gassmann [17] permite calcular el módulo de volumen efectivo de una roca saturada, conociendo las propiedades elásticas de la matriz, del fluido saturante y la porosidad. Dicho módulo es ampliamente utilizado para evaluar el efecto de distintos tipos de fluidos sobre la respuesta elástica y sísmica de las rocas de reservorio, siendo una herramienta fundamental en el procedimiento de sustitución de fluidos, estudio de indicadores directos de hidrocarburos y monitoreo sísmico de reservorios [36],[27]. El mismo se deriva bajo las siguientes hipótesis [36],[41]:

1. La roca debe ser homogénea e isotrópica. Dicha hipótesis no se cumple si la matriz de la roca está compuesta por varios minerales que presentan gran diferencia en sus parámetros elásticos, o si está compuesta por minerales que tienen una orientación preferencial.
2. Las longitudes de las ondas que recorren el medio son mucho mayores que el tamaño de los granos y poros, lo cual suele cumplirse en la mayoría de las rocas para ondas de frecuencias entre el rango sísmico y el de laboratorio.
3. La teoría de Gassmann no implica hipótesis sobre la geometría de los poros, pero supone que estos deben estar conectados y el fluido debe poder desplazarse sin dificultad. Por lo tanto es aplicable a rocas permeables y los cálculos involucran una *porosidad efectiva*.

4. El rango de frecuencias debe ser lo suficientemente bajo tal que la presión poral se equilibre a una escala mucho mayor que la dimensión del poro, pero mucho menor que la longitud de onda de la onda sísmica que viaja.
5. El movimiento relativo entre el fluido y la roca sólida es despreciable comparado con el movimiento propio de la roca debido al pasaje de la onda, es decir, sólido y fluido se mueven en conjunto, lo que será cierto cuanto menor sea la frecuencia de la onda.
6. El sistema estudiado es cerrado, sin drenaje de fluidos. Esto implica que el fluido no puede escapar de un elemento de la roca cuando la misma es sometida a la compresión-dilatación inducida por el pasaje de una onda.
7. El módulo de rigidez es mecánicamente independiente de la presencia del fluido y es igual al de la roca seca [5].
8. Además se supone que los módulos de la matriz no varían debido al fluido poral, despreciándose cualquier efecto de carácter químico debido a la interacción entre la roca y el fluido (efecto que puede ser de gran importancia en cierto tipo de rocas, como las carbonáticas).

Para utilizar este modelo necesitamos conocer varios parámetros tales como el módulo de volumen de la matriz de roca  $K_m$  y de los minerales  $K_s$ , el módulo de corte del medio  $\mu_m$ , la porosidad efectiva de la roca  $\phi$  y el módulo de volumen del fluido poral  $K_f$ .

Los módulos de la matriz pueden obtenerse a partir de experimentos mecánicos o mediciones de velocidades compresional y de corte en laboratorio sobre muestras de roca seca. Alternativamente se pueden derivar de expresiones empíricas apropiadas según el tipo de roca [27]. Los valores de  $K_s$  pueden obtenerse de tablas conociendo la composición mineralógica. De tratarse de una matriz multiminerálica se calculan módulos elásticos efectivos [27]. Respecto de la porosidad, la misma puede determinarse a través de mediciones en laboratorio o de registros de pozos.

Conocidos todos los parámetros necesarios, las ecuaciones de Gassmann toman la forma:

$$K_{sat} = K_m + \frac{(1 - \frac{K_m}{K_s})^2}{\frac{\phi}{K_f} - \frac{(1-\phi)}{K_s} - \frac{K_m}{K_s^2}}, \quad (2.27)$$

$$\mu = \mu_m, \quad (2.28)$$

donde, a partir de (2.5) además podemos definir el módulo de Lamé del medio saturado

$$\lambda_{sat} = K_{sat} - \frac{2}{3}\mu, \quad (2.29)$$

y el módulo de *onda plana* saturado

$$H_{sat} = \lambda_{sat} + 2\mu. \quad (2.30)$$

La utilidad de estas expresiones se debe principalmente a la posibilidad de modelar velocidades de propagación de ondas sísmicas (y otros atributos) en rocas con diferentes fluidos y estados de saturación, para lo cual además es necesario definir la densidad de masa de la roca saturada  $\rho$ :

$$\rho = \rho_f \phi + (1 - \phi) \rho_s \quad (2.31)$$

donde  $\rho_s$  es la densidad de los granos minerales que la constituyen y  $\rho_f$  la densidad del fluido saturante.

Si se tiene en cuenta que en general hay más de un tipo de fluido ocupando el espacio poral de la roca reservorio, tendremos que calcular un módulo efectivo para  $K_f$ , y una densidad  $\rho_f$ , para la mezcla de fluidos. Suponiendo distribución homogénea e igualdad de presiones en todo el espacio poral, el módulo  $K_f$  puede estimarse con el promedio de Reuss[27]:

$$K_f = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{K_{fi}} \right]^{-1} \quad (2.32)$$

donde  $S_i$  es la saturación del fluido  $i$ , siendo  $\sum_i S_i = 1$ , y  $K_{fi}$  el módulo de volumen de cada fluido. La densidad de la mezcla, se calcula a partir de la densidad de cada fluido  $\rho_{fi}$  como

$$\rho_f = \sum_{i=1}^n S_i \rho_{fi}. \quad (2.33)$$

Con respecto a las propiedades físicas de los fluidos, su determinación se describirá en la última sección de este Capítulo.

Finalmente, a partir de las expresiones anteriores, pueden calcularse las *velocidades elásticas de Gassmann* de las ondas  $P$  y  $S$  en la forma

$$V_p = \sqrt{\frac{K_{sat} + 4/3\mu}{\rho}}, \quad (2.34)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (2.35)$$

La expresión (2.34) será utilizada en el Capítulo 5 para modelar las velocidades compresionales elásticas para diferentes fluidos de reservorio.

## 2.5. Efectos de atenuación-dispersión en rocas saturadas

El modelo de White et al. (1975) [42], es ampliamente utilizado para modelar la atenuación de las ondas sísmicas compresionales a bajas frecuencias en un medio poroso saturado

por fluidos viscosos de distribución heterogénea. Este modelo está basado en la teoría de la poroelasticidad de Biot[6], que predice la existencia de una onda compresional *lenta* (además de la onda  $P$  rápida clásica), que en el límite de bajas frecuencias no es una onda de propagación sino un proceso de difusión de la presión del fluido poral. La existencia de esta onda adicional puede modificar fuertemente el comportamiento de las ondas clásicas. Esto se debe al hecho de que cuando una onda clásica viaja a través de un medio heterogéneo se producen conversiones de energía entre esta perturbación y las ondas lentas generadas en las heterogeneidades, particularmente cuando las mismas son de escala *mesoscópicas*, es decir, mayores que la dimensión característica del espacio poral pero menores que las longitudes de onda predominantes. El proceso físico también puede entenderse teniendo en cuenta que cuando una onda compresional clásica comprime al medio heterogéneo, las diferentes regiones sufren distintos esfuerzos e se inducen distintas presiones en sus fluidos porales debido a que poseen diferentes compresibilidades. Estos gradientes en la presión del fluido poral producen flujo de fluido que se traduce en pérdida de energía. Como resultado se producen importantes efectos de atenuación y dispersión de velocidad sobre la onda clásica primaria, los que se conocen con el nombre de *efectos mesoscópicos*, siendo muy importantes en el contexto de la geofísica de exploración por constituir el mecanismo de atenuación más importante en rocas de reservorio a frecuencias sísmicas [8],[32].

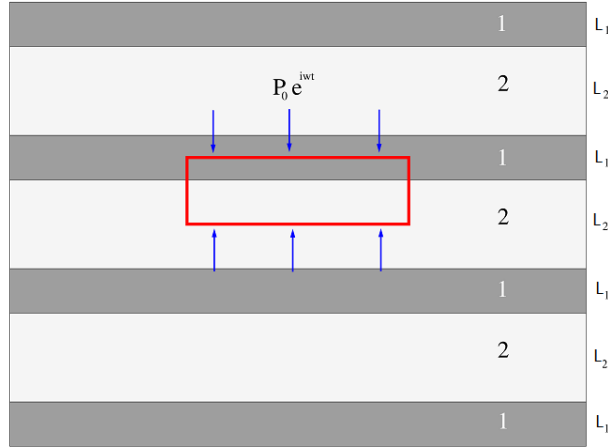


Figura 2.1: Esquema conceptual del medio periódico que alterna dos tipos de medios porosos saturados. El rectángulo rojo indica el volumen elemental representativo seleccionado para obtener las propiedades equivalentes del medio heterogéneo.

White et al. [42] fueron los primeros en estudiar las consecuencias del flujo generado por la propagación de ondas compresionales a través de un medio con heterogeneidades de mesoescala, y mostraron que este mecanismo puede producir efectos muy importantes en el caso de rocas parcialmente saturadas con agua y gas para frecuencias sísmicas. Obtuvieron soluciones para el caso de heterogeneidades planas y también de geometrías esféricas[43]. Si bien estos trabajos corresponden a geometrías sencillas, dan una aproximación razonable de la velocidad y atenuación en medios con saturación tipo *patchy*.

Para la derivación se considera un medio periódico poroso estratificado como el que se ilustra en la figura 2.1, cuyas propiedades se denotan con los índices 1 y 2, donde cada capa está saturada con su propio fluido. Sobre un volumen representativo se plantea un experimento teórico de compresión oscilatoria armónica unidimensional de frecuencia  $\omega$ . Con dicho procedimiento encuentran un módulo efectivo *compejo*  $H_{ef}$ , el que resulta de representar el medio heterogéneo mediante un sólido viscoelástico equivalente homogéneo, dado por:

$$H_{ef}(\omega) = \left[ \frac{\left( \frac{L_1}{H_1} + \frac{L_2}{H_2} \right)}{L} + \frac{\left( \frac{\alpha_2 M_2}{H_2} - \frac{\alpha_1 M_1}{H_1} \right)^2}{L \sum_j^2 \frac{\eta_j}{\kappa_j} \coth(k_j L_j)} \right]^{-1} \quad (2.36)$$

donde  $\kappa_1, \kappa_2$  en (2.36) denotan la permeabilidad absoluta de cada capa y  $L_1, L_2$  sus espesores, siendo  $L = L_1 + L_2$ . Los módulos de onda plana  $H_1, H_2$  se calculan a partir de la expresión (2.30) derivada de la teoría de Gassmann y los coeficientes  $M_j, \alpha_j$ ,  $j = 1, 2$  se calculan para cada medio mediante las relaciones:

$$M = \left[ \frac{\alpha - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \right]^{-1} \quad (2.37)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K_m}{K_s} \quad (2.38)$$

Mediante (2.36) es posible calcular la velocidad compresional compleja,  $V_{pc}$ , y luego la velocidad de fase  $V_p$ , en la forma [32]

$$V_{pc}(\omega) = \sqrt{\frac{H_{ef}(\omega)}{<\rho>}} \quad (2.39)$$

$$V_p(\omega) = \left( \text{Re} \left( \frac{1}{V_{pc}(\omega)} \right) \right)^{-1} \quad (2.40)$$

y la inversa del *factor de calidad* para este modelo (que da una medida de la pérdida fraccional de energía por ciclo), como:

$$Q_p^{-1}(\omega) = \frac{\text{Im}(H_{ef})}{\text{Re}(H_{ef})} \quad (2.41)$$

siendo  $<\rho>$  la densidad promedio del medio. Cuando las propiedades litológicas para ambos medios son iguales (misma matriz), se puede demostrar que  $Q_p^{-1}(\omega)$  presenta un máximo a una frecuencia lineal  $f_c$  dada por [8]

$$f_c = \frac{8\kappa}{\pi\eta_1 d_1^2} \left( \frac{H_m}{H_1} M_1 \right), \quad (2.42)$$

siendo 1 el índice el de la capa que contiene agua y  $H_m$  el módulo de onda plana de la matriz de la roca.

Este modelo será utilizado en el Capítulo 5 para incluir y analizar los efectos disipativos sobre la reflectividad y el comportamiento espectral.



## 2.6. Propiedades físicas de los fluidos de reservorio

Como es sabido, el o los fluidos que ocupan el espacio poral de una roca tienen gran influencia sobre sus propiedades mecánicas y tienen efecto significativo sobre ciertos atributos sísmicos. Por esta razón es necesaria una correcta caracterización de parámetros tales como módulo de volumen, densidad y viscosidad.

Los principales fluidos porales son

- gases de hidrocarburos,
- petróleos,
- agua salada de formación.

La composición de los hidrocarburos dependerá de la roca madre (o fuente), de la profundidad de maduración (que estará asociada a ciertas condiciones de presión y temperatura), la migración, biodegradación y de su historia de producción. Los hidrocarburos pueden ir desde gases casi ideales a residuos sólidos.

La composición de las aguas de formación (brine) varía significativamente también, yendo de agua casi pura a soluciones con casi un cincuenta por ciento de sal. Otro factor influyente en las propiedades tanto del brine como de los petróleos es el gas disuelto que puedan contener. Cuando un brine absorbe gas se lo suele llamar *fizz-water*. Pero el gas disuelto a altas presiones ( $> 20$  MPa) tiene poca influencia sobre las propiedades del brine y debe considerarse como un fluido mezcla en caso de estar presente [14]. En cambio, sobre los petróleos posee una mayor influencia.

Las propiedades de los fluidos de reservorio varían significativamente, ya sea por su composición como por las condiciones de presión y temperatura, pero de manera sistemática. Lo que les permitió a Batzle y Wang (1992) [4] desarrollar relaciones semi-empíricas para poder calcularlas.

En base a dichas expresiones en el marco del proyecto CREWES (<http://www.crewes.org>) se desarrolló una calculadora, accesible on-line, que permite determinar las propiedades físicas de los fluidos en condiciones de reservorio (densidad, módulo de volumen y viscosidad), en función de la temperatura y la presión. Para su cálculo además debemos especificar algunos parámetros:

- para determinar las propiedades del gas hay que indicar su gravedad específica,  $G$ , que se define como la relación entre su densidad y la densidad del aire a una temperatura de  $15,6$  °C a presión atmosférica. A menor  $G$ , más liviano será el gas y viceversa. Alternativamente, las propiedades se pueden obtener mediante ecuaciones de estado para ciertos gases de hidrocarburos.

- en el caso del petróleo debemos especificar la gravedad API, que es una medida de densidad que, en comparación con el agua a temperaturas iguales, precisa cuán pesado o liviano es el petróleo. Índices bajos de API indican petróleos pesados e índices altos, petróleos livianos. Otro parámetro que debemos especificar es el contenido de gas disuelto.
- para determinar las propiedades del agua salada debemos indicar la concentración salina en la misma.

Los valores obtenidos con esta calculadora serán utilizados en el Capítulo 5 para la realización de los experimentos numéricos.

## Capítulo 3

# Coeficientes de reflexión-transmisión generalizados - Sismogramas sintéticos

En este capítulo desarrollaremos las ecuaciones necesarias para llegar a los *coeficientes de reflexión generalizados* para el caso de una capa y la generalización a múltiples capas. El coeficiente de reflexión generalizado trae la información de todas las interfases del subsuelo, incluyendo reflexiones múltiples y su interferencia. Comenzaremos con la solución para el contacto entre dos semiespacios y luego lo generalizaremos primero para el caso de una capa entre semiespacios y después para un modelo de capas múltiples. Finalmente se describe la aplicación de dichos coeficientes para generar sismogramas sintéticos

### 3.1. Impedancias en medios acústicos

En esta sección, siguiendo las ideas desarrolladas por Brekhovskikh (1980) [7], se utilizará la hipótesis de comportamiento acústico para describir la propagación, reflexión y transmisión de ondas compresionales planas en medios elásticos, lo que equivale a considerar ondas sonoras propagándose por el subsuelo. Para ello en primer lugar veamos el concepto de *impedancia acústica*.

En el contexto de los medios elásticos continuos, la *impedancia* de un medio es una medida de su resistencia al movimiento de las partículas [1]. Específicamente se define como el cociente entre la tensión y la velocidad de las partículas según una dada dirección, de modo que esta última es inversamente proporcional a la impedancia. En el caso que estamos considerando, la *impedancia acústica* asociada a la dirección  $i$  para una componente del

espectro se define

$$Z_i = -\frac{\hat{P}}{\hat{v}_i}, \quad i = x, y, z. \quad (3.1)$$

Para encontrar su relación con los parámetros del medio en primer lugar aplicamos la Transformada de Fourier en (2.16)

$$-\frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} = -i\omega\rho\hat{v}_i. \quad i = x, y, z \quad (3.2)$$

obteniéndose para cada componente del espectro la siguiente relación

$$\hat{v}_i = -\frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i}. \quad (3.3)$$

Consideremos una onda de presión plana de la forma (2.23):

$$\hat{P}(\mathbf{x}, \omega) = P_o e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, \quad (3.4)$$

siendo  $\mathbf{k} = k_i e_i$ , su vector de onda asociado. Reemplazando en (2.16)

$$i\omega\rho\hat{v}_i = \frac{\partial \hat{P}}{\partial x_i} = P_o i k_i e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} = \pm i k_i \hat{P}, \quad (3.5)$$

de donde podemos expresar las impedancias en general como

$$Z_i = \pm \frac{\omega\rho}{k_i}. \quad (3.6)$$

Recordando la definición de la velocidad de propagación acústica,  $c$ , (2.25) en un medio elástico para una propagación unidimensional se verifica el resultado clásico para la impedancia acústica

$$Z = \pm c\rho, \quad (3.7)$$

dada por el producto de la densidad por la velocidad de propagación.

## 3.2. Coeficientes de reflexión acústicos para una interfase

Consideremos ahora el problema clásico de la incidencia de una onda de presión en el contacto entre dos semiespacios elásticos, homogéneos y de diferentes propiedades físicas. De aquí en adelante se adoptará un sistema de coordenadas cartesiano con eje  $z$  positivo hacia arriba, eje  $x$  positivo hacia la derecha con origen vertical  $z = 0$  coincidente con la última interfase, como se muestra en la figura 3.1

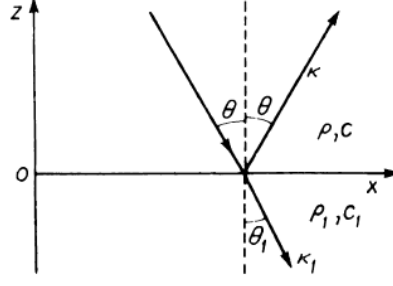


Figura 3.1: Incidencia de una onda de presión entre dos semiespacios elásticos. Figura extraída de [7]

Cabe remarcar que si bien esta geometría es una simplificación, el resultado es útil para cuantificar y analizar la partición de amplitudes para ondas cuyas longitudes son inferiores a la dimensión característica de las heterogeneidades.

Para los cálculos vamos a trabajar con una onda de presión plana y monocromática de frecuencia  $\omega$  (lo que equivale a plantear el problema en el dominio de las frecuencias), la que incide en la discontinuidad  $z = 0$  que separa ambos medios. La hipótesis de medio acústico implica que la energía incidente dará lugar a una onda de presión reflejada y otra transmitida. El plano de incidencia de la onda es coincidente con el plano  $x - z$ , siendo las componentes del vector de onda asociado:

$$k_x = k \sin \theta, \quad k_y = 0, \quad k_z = k \cos \theta, \quad k = \frac{\omega}{c} \quad (3.8)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de incidencia formado por el vector de onda con la normal a la interfase.

Siguiendo la notación de Brekhovskikh[7] denominamos  $\rho$  a la densidad del medio superior y  $\rho_1$  a la del medio inferior. Del mismo modo, denotamos las velocidades acústicas como  $c$  y  $c_1$ , respectivamente. Sin pérdida de generalidad vamos a suponer que la amplitud de la onda incidente es igual a la unidad, que la onda reflejada tiene amplitud  $R$  y la transmitida  $W$ . Luego, las expresiones para las ondas reflejadas e incidentes son (omitiendo la notación  $\hat{\phantom{x}}$  para las transformadas de Fourier):

$$p_{inc} = e^{ik(x \sin \theta - z \cos \theta)}, \quad p_{refl} = R e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (3.9)$$

El campo total en el medio superior será

$$p = p_{inc} + p_{refl} = (e^{-ikz \cos \theta} + R e^{ikz \cos \theta}) e^{ikx \sin \theta}, \quad (3.10)$$

y la onda refractada hacia el medio inferior

$$p_1 = W e^{ik(x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)}, \quad k_1 = \frac{\omega}{c_1} \quad (3.11)$$

donde  $\theta_1$  es el ángulo de refracción. De esta manera el coeficiente de reflexión, definido como el cociente entre la amplitud de la onda reflejada y la onda incidente, resulta igual a  $R$  y del mismo modo pero para la amplitud de la onda transmitida obtenemos que  $W$  es el coeficiente de transmisión. Los coeficientes  $\theta_1$ ,  $R$  y  $W$  se determinan a partir de las condiciones de continuidad de las presiones y de la componente normal de la velocidad sobre el plano de la discontinuidad. Teniendo en cuenta la definición (3.1), lo anterior implica la continuidad de las impedancias *verticales*. Las condiciones de borde serán entonces

$$z = 0, \quad (p)_{z=0} = (p_1)_{z=0}, \quad (Z_z)_{z=0} = (Z_{z1})_{z=0} \quad (3.12)$$

De la condición de continuidad para  $p$

$$(p)_{z=0} = (p_1)_{z=0} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} (1 + R)e^{ikx \sin \theta} &= W e^{ik_1 x \sin \theta_1} \\ 1 + R &= W (e^{ix(k_1 \sin \theta_1 - k \sin \theta)}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

y puesto que el lado izquierdo no depende de  $x$ , el lado derecho tampoco puede hacerlo, por lo cual es necesario que

$$k \sin \theta = k_1 \sin \theta_1 \quad (3.14)$$

La ecuación anterior es la ley de Snell, ley que expresa la igualdad de las velocidades de fase a lo largo de la discontinuidad. La ecuación (3.13) se reduce a

$$1 + R = W \quad (3.15)$$

ecuación que relaciona al coeficiente de reflexión con el de transmisión. De la condición de continuidad para  $Z_z$  (omitiedo de aquí en más el subíndice  $z$  en  $Z$ ), se tiene

$$(-p/v_z)_{z=0} = (-p_1/v_{z1})_{z=0} \quad (3.16)$$

donde  $v_z$  y  $v_{z1}$  son determinados a partir de (3.3). Derivando (3.10) y (3.11) respecto de la componente  $z$  y reemplazando en (3.16) tenemos que

$$\begin{aligned} Z_1 &= -i\omega \rho_1 p_1 / (\partial p_1 / \partial z) = \rho_1 c_1 / \cos \theta_1 \\ Z &= -i\omega \rho p / (\partial p / \partial z) = \\ &= (\rho c / \cos \theta) (e^{-ikz \cos \theta} + R e^{ikz \cos \theta}) / (e^{-ikz \cos \theta} - R e^{ikz \cos \theta}) \end{aligned}$$

de donde podemos ver que  $Z_1$  no depende de  $z$ , mientras que  $Z$  sí. Para  $z = 0$ , se debe cumplir

$$\begin{aligned} Z = Z_1 \quad \Longrightarrow \quad (\rho c / \cos \theta) (1 + R) / (1 - R) &= Z_1 \\ (1 + R) / (1 - R) &= (\cos \theta / \rho c) Z_1 \end{aligned}$$

obteniendo finalmente

$$R = (Z_1 \cos \theta - \rho c) / (Z_1 \cos \theta + \rho c) \quad (3.17)$$

Esta fórmula es válida para el coeficiente de reflexión de una interfase. Recordando que de 3.6 la impedancia vertical de la onda incidente  $Z = \rho\omega/k_z = \rho c/\cos\theta$  y del mismo modo para el medio inferior  $Z = \rho_1\omega/k_{1z} = \rho c_1/\cos\theta_1$ , podemos escribir a  $R$  como

$$R(\theta, \omega) = \frac{Z_1 - Z}{Z_1 + Z} \quad (3.18)$$

donde se observa que el coeficiente de reflexión depende de la diferencia entre la impedancia acústica normal del medio desde el cual incide la onda y la del medio al que ingresa, y del ángulo de incidencia,  $\theta$ . Cabe remarcar que bajo la hipótesis de elasticidad este coeficiente es real e independiente de la frecuencia de la onda incidente. En la sección que sigue este resultado se generaliza al caso de dos interfases y posteriormente a un número arbitrario.

### 3.3. Coeficiente de reflexión para una capa

Imaginemos ahora que la onda acústica plana incide en una capa plana de espesor  $d$  con un ángulo arbitrario como se muestra en la figura 3.2. El medio 3 es el medio desde el que incide la onda, y la misma penetra en la capa de interés, medio 2 y se refleja en la discontinuidad con el medio 1. Los ángulos que forma la dirección de propagación con la normal a las capas son  $\theta_3$ ,  $\theta_2$ , y  $\theta_1$ , respectivamente. Asumiremos que el plano de incidencia de la onda es el plano  $x - z$ .

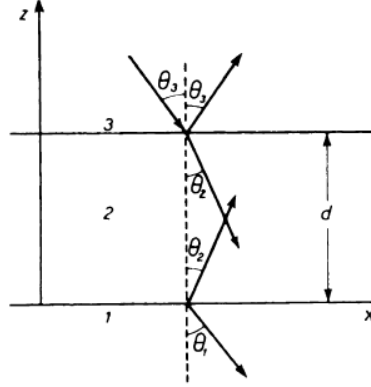


Figura 3.2: Modelo de una capa para una onda plana incidente. Figura extraída de [7].

Para encontrar el coeficiente de reflexión de este modelo siguiendo las ideas de la sección anterior [7], es suficiente encontrar la *impedancia de entrada* a la capa (medio 2)  $Z_{in}$ , es decir, la impedancia en la discontinuidad 2-3.

$$R = (Z_{in} \cos\theta_3 - \rho_3 c_3) / (Z_{in} \cos\theta_3 + \rho_3 c_3) = (Z_{in} - Z_3) / (Z_{in} + Z_3) \quad (3.19)$$

donde

$$Z_3 = \rho_3 c_3 / \cos \theta_3 \quad (3.20)$$

es la impedancia de la onda plana en el medio 3. Determinaremos  $Z_{in}$  a partir de suponer conocido  $Z_1$ . Como resultado de las reflexiones múltiples en los bordes de la capa, dos ondas resultantes son encontradas dentro de la misma, con diferentes direcciones de propagación, simétricas respecto al plano  $z = cte$ . Luego, la expresión para la presión acústica en la capa puede ser escrita como:

$$p_2 = (Ae^{-ik_{2z}z} + Be^{ik_{2z}z}), \quad k_{2x}^2 + k_{2z}^2 = k^2, \quad k_2 = \frac{\omega}{c_2} \quad (3.21)$$

donde A y B son constantes a determinar. La componente de la velocidad  $v_2$  en la dirección  $z$  se obtiene de (3.3)

$$v_{2z} = (1/i\omega\rho_2)(\partial p_2/\partial z) = (k_{2z}/\omega\rho_2)(Be^{ik_{2z}z} - Ae^{-ik_{2z}z})e^{ik_{2x}x} \quad (3.22)$$

Por otra parte, de la continuidad de la impedancia en el borde  $z = 0$ , se tiene

$$-(p_2/v_{2z})_{z=0} = Z_1 \quad (3.23)$$

donde  $Z_1$  se obtiene a partir de (3.6). Sustituyendo la expresión para  $p_2$  y  $v_{2z}$  en (3.23) obtenemos

$$B/A = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2) \quad (3.24)$$

donde por

$$Z_2 \equiv \omega\rho_2/k_{2z} = \rho_2 c_2 / \cos \theta_2 \quad (3.25)$$

denotamos a la impedancia de la onda plana en el medio 2. La impedancia de entrada hacia la cara superior de la capa  $z = d$  será por definición,

$$Z_{in} = -(p_2/v_{2z})_{z=d} \quad (3.26)$$

Ahora, sustituyendo en esta expresión  $p_2$  (3.21) y  $v_{2z}$  (3.22) y usando (3.24), se tiene

$$Z_{in} = [(Z_1 - iZ_2 \tan k_{2z}d)/(Z_2 - iZ_1 \tan k_{2z}d)]Z_2 \quad (3.27)$$

Hemos obtenido una fórmula importante que nos permite obtener la impedancia desde un lado de la capa hacia el otro. Ahora, sustituyendo (3.27) en (3.19), se obtiene la expresión para el *coeficiente de reflexión generalizado para la capa*:

$$R(\theta, \omega) = \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_2 - Z_3)e^{-ik_{2z}d} + (Z_1 - Z_2)(Z_2 + Z_3)e^{ik_{2z}d}}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3)e^{-ik_{2z}d} + (Z_1 - Z_2)(Z_2 - Z_3)e^{ik_{2z}d}} \quad (3.28)$$

Los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  entran en las expresiones para  $Z_1$  y  $Z_2$  y están conectados con el ángulo de incidencia  $\theta_3$  mediante la ley de refracción

$$k_1 \cos \theta_1 = k_2 \cos \theta_2 = k_3 \cos \theta_3 \quad (3.29)$$



Cuando las impedancias en los medios de fondo (3 y 1) son iguales, la ecuación para el coeficiente de reflexión se reduce a

$$R = (Z_2^2 - Z_1^2)/(Z_1^2 + Z_2^2 + 2iZ_1Z_2 \cot k_{2z}d) \quad (3.30)$$

Si en la ecuación el espesor de la capa  $d \rightarrow 0$  obtenemos

$$R = (Z_1 - Z_3)/(Z_1 + Z_3) \quad (3.31)$$

se reduce al coeficiente de reflexión de un semiespacio.

Para la onda transmitida al medio 1 calculemos ahora el *coeficiente de transmisión generalizado*. La expresión estará dada por la ecuación (3.11) De la condición de continuidad de la presión acústica en el borde  $z = 0$ , tenemos  $(p_2 - p_1)_{z=0} = 0$  sustituyendo (3.11) y (3.21) en ella

$$A + B = W \quad (3.32)$$

Los exponenciales  $e^{ik_{2x}x}$  y  $e^{ik_{1x}x}$  pueden ser eliminados puesto que, de acuerdo con la ley de refracción (3.29),  $k_{1x} = k_{2x}$ . De la misma manera, la condición de continuidad de la presión acústica en el borde  $z = d$  nos permite escribir

$$1 + R = (p_2)_{z=d} = Ae^{-ik_{2z}d} + Be^{ik_{2z}d} \quad (3.33)$$

donde el lado izquierdo consiste en la suma de las presiones acústicas de las ondas incidentes y reflejadas. Dividiendo (3.32) por (3.33) y usando la ecuación (3.24), encontramos

$$W = (1 + R)/[\cos k_{2z}d - i(Z_2/Z_1) \sin k_{2z}d]^{1/2} \quad (3.34)$$

Cuando  $d \rightarrow 0$ , obtenemos nuevamente la expresión para el semiespacio. Sustituyendo la expresión para  $R$  antes encontrada obtenemos

$$W(\theta, \omega) = 4Z_1Z_2/[(Z_1 - Z_2)(Z_2 - Z_3)e^{ik_{2z}d} + (Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3)e^{-ik_{2z}d}] \quad (3.35)$$

Observése que en este caso los coeficientes  $R$  y  $W$  son funciones complejas y dependientes de la frecuencia de la onda incidente, lo que da lugar a un efecto de *dispersión reflectiva*, ampliamente estudiado por diferentes autores [23],[24],[33], entre otros.

La inclusión de efectos disipativos en estas expresiones es inmediata, reemplazando los números de onda reales por complejos y las velocidades de fase por velocidades complejas, que fueron definidas en el Capítulo 2, cuando se describió el modelo de White et al.[42].

### 3.4. Frecuencias propias de la reflectividad

La reflectividad dada por (3.28) tiene un carácter periódico y dependiente de la frecuencia, donde el período está controlado por el espesor  $d$ , la velocidad de la capa  $c_2$  y el ángulo

de la onda dentro de la misma,  $\theta_2$ . Es interesante analizar que existen ciertas frecuencias *propias* tales que<sup>1</sup>

$$k_{z2} d = \frac{\omega}{c_2} \cos \theta_2 d = \frac{2\pi d}{\lambda_2} \cos \theta_2 = m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad (3.36)$$

siendo  $\lambda_2 = c_2/f$  la longitud de la onda dentro de la capa. Para esos casos la reflectividad se reduce al mismo valor que toma cuando  $d = 0$ , es decir

$$R = \frac{Z_1 - Z_3}{Z_1 + Z_3}, \quad (3.37)$$

en cuyo caso la presencia de la capa resulta inadvertida. En el caso particular  $Z_3 = Z_1$  dicha expresión se anula, resultando mínimos de la reflectividad. La condición (3.36) puede expresarse en términos de las frecuencias teniendo en cuenta que  $\lambda_2 = c_2/f$ . Por lo tanto las frecuencias donde se producen los mínimos serán

$$f_n^m = m \frac{c_2}{2d \cos \theta_2}. \quad (3.38)$$

Por otro lado, de la periodicidad impuesta por las funciones trigonométricas, puede verificarse que para este mismo caso ( $Z_3 = Z_1$ ) las *frecuencias de tuning* o *frecuencias pico* donde ocurren el máximo de interferencia constructiva están dadas por [18], [33]

$$f_p^{m+1} = \left( \frac{1 + 2m}{2} \right) \frac{c_2}{2d \cos \theta_2}. \quad (3.39)$$

A incidencia normal ( $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ), la *primer frecuencia pico* se da en  $m = 0$ , y resulta

$$f_p = \frac{c_2}{4d}. \quad (3.40)$$

La condición dada por la ecuación (3.36), a incidencia normal y en términos de la longitud de onda da por ejemplo que para  $d = \frac{\lambda_2}{2}$  ocurre un notch [23]. Lo que significa que para  $d = \frac{\lambda_2}{4}$  ocurre un máximo en la reflectividad, siendo ese valor un límite comunmente usado para la resolución sísmica vertical. Como señalan Avseth et al.[3], si el espesor  $h$  de la capa es mayor que  $\lambda/4$  las dos interfases que la definen pueden identificarse separadamente. Cuando  $h < \lambda/4$  tal distinción no es evidente y estamos en presencia de una *capa fina*.

Si se toma la variación relativa de la frecuencia pico  $\Delta f_p/f_p$ , de la ecuación (3.40) se deduce [38]

$$\frac{\Delta f_p}{f_p} = \frac{\Delta c_2}{c_2} - \frac{\Delta d}{d}; \quad (3.41)$$

lo que relaciona la variación de la frecuencia pico con los cambios en velocidad y espesor. De la ecuación (3.41) se observa que la frecuencia pico varía en el mismo sentido que la velocidad, pero en sentido opuesto a los cambios en espesor. Es decir,  $f_p$  disminuye con el aumento del espesor y disminuye si la velocidad lo hace. Además puede observarse que la magnitud del cambio relativo es del mismo orden que la magnitud del cambio en velocidad y espesor.

---

<sup>1</sup>Cabe señalar que estas frecuencias pico tienen el significado de las frecuencias de resonancia de las ondas estacionarias que tienen lugar en un medio unidimensional finito, con extremos fijos [22].

### 3.5. Coeficientes de reflexión para un número arbitrario de capas

Consideremos ahora un medio estratificado de  $n-1$  capas entre dos medios semi infinitos, numerado cada medio como se muestra en la figura 3.3.

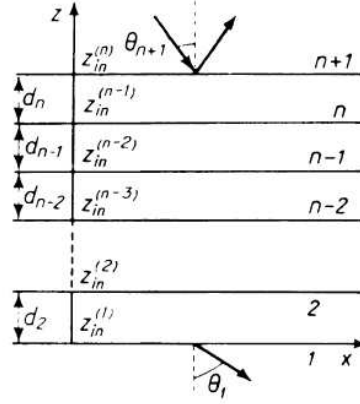


Figura 3.3: Onda plana incidente en un medio multicapa. Figura extraída de [7].

y consideremos una onda plana que incide en la capa  $n$  con ángulo  $\theta_{n+1}$ . Determinaremos la amplitud de la onda reflejada en el medio 1. Para la determinación del coeficiente de reflexión alcanza con encontrar la impedancia de entrada al conjunto de capas  $Z_{in}^{(n)}$ . Esto puede ser realizado aplicando  $(n-1)$  veces la ecuación (3.27). Haciendo  $Z_{in}^{(1)} = Z_1$  y  $d = d_2$ , obtenemos la impedancia de entrada  $Z_{in}^{(2)}$  en el límite superior de la capa inferior

$$Z_{in}^{(2)} = [(Z_{in}^{(1)} - iZ_2 \tan k_{2z}d_2)/(Z_2 - iZ_{in}^{(1)} \tan k_{2z}d_2)]Z_2 \quad (3.42)$$

Luego, haciendo la sustitución  $Z_{in}^{(1)} \rightarrow Z_{in}^{(2)}, Z_2 \rightarrow Z_3, k \rightarrow k_3, d_2 \rightarrow d_3$  en el lado derecho de la ecuación anterior, obtenemos la expresión para  $Z_{in}^{(3)}$ , que es la impedancia de entrada en la segunda capa de abajo, así siguiendo se puede encontrar la expresión para  $Z_{in}^{(n-1)}$ , y la impedancia de entrada del sistema será

$$Z_{in}^{(n)} = [(Z_{in}^{(n-1)} - iZ_n \tan(k_{nz}d_n))/(Z_n - iZ_{in}^{(n-1)} \tan(k_{nz}d_n))]Z_n \quad (3.43)$$

y el coeficiente de reflexión generalizado del sistema de capas estará dado por

$$R = (Z_{in}^{(n)} - Z_{n+1})/(Z_{in}^{(n)} + Z_{n+1}) \quad (3.44)$$

donde

$$Z_j = \rho_j c_j / \theta_j, \quad k_j \sin \theta_j = k_{j+1} \sin \theta_{n+1}, \quad j = 1, 2, \dots, n+1 \quad (3.45)$$

### 3.6. Sismogramas sintéticos de reflexión

Los sismogramas sintéticos en general se calculan a partir del campo de desplazamiento o de los potenciales asociados. En esta tesis, se modelarán utilizando la expresión (2.26) para las ondas acústicas planas, donde la amplitud  $P_o$  será la correspondiente a la onda reflejada. Al igual que en las secciones previas consideraremos que el plano de la onda incidente es el plano  $x - z$ .

De acuerdo con lo analizado en las secciones previas, si incide desde el medio superior una onda plana monocromática de frecuencia  $\omega$ , con un ángulo  $\theta$  y amplitud  $P_0^I(\omega)$  al tope de la capa o sistema de capas, la amplitud reflejada estará dada por el producto

$$P_0^R(\theta, \omega) = P^I(\omega)R(\theta, \omega)$$

(tomando el  $R$  que corresponda). Luego, extendiendo este razonamiento al caso de una onda incidente con un contenido espectral amplio, la onda reflejada será la síntesis de cada componente, es decir:

$$P^R(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} P^I(\omega)R(\theta, \omega)e^{i(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z - \omega t)} d\omega. \quad (3.46)$$

Para generar los sismogramas de reflexión necesitamos un modelo matemático para caracterizar a la onda incidente y su contenido espectral. En esta Tesis utilizaremos como tal la ondícula de Ricker, que puede ser expresada en el dominio temporal como

$$g(t) = [1 - 2(\pi f_m(t - t_s))^2]e^{(\pi f_m(t - t_s))^2} \quad (3.47)$$

donde  $f_m$  es la frecuencia central del espectro y  $t_s$  es un corrimiento temporal respecto de  $t = 0$ , y cuyo espectro  $G(\omega)$  está dado por [46]

$$G(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \exp \left( -\frac{\omega^2}{\omega_m^2} \right), \quad \omega_m = 2\pi f_m. \quad (3.48)$$

Por lo tanto considerando el sentido de viaje ascendente de las ondas reflejadas respecto del sistema de coordenadas adoptado, y tomando para la amplitud de la onda incidente la correspondiente al espectro de la ondícula de Ricker, los sismogramas se modelarán en el dominio espacio-tiempo, con la expresión:

$$P^R(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)R(\theta, \omega)e^{i(k_x x - k_z z - \omega t)} d\omega. \quad (3.49)$$

A partir de (3.49) el espectro de amplitudes reflejadas para cada  $\omega$  será

$$A^R(\theta, \omega) = |P_0^R(\theta, \omega)| = |G(\omega)| |R(\theta, \omega)| \quad (3.50)$$

Cabe remarcar que los sismogramas así calculados contendrán no solo información de las discontinuidades del subsuelo, sino también de las reflexiones múltiples y efectos de interferencia que puedan ocurrir por estar incluidos en los coeficientes de reflexión generalizados [7][23].

La expresión (3.49) será utilizada en el Capítulo 5 para el modelado y análisis del contenido espectral de las reflexiones, lo que requiere su implementación en variables espaciales, temporales y frecuencias discretas.

## Capítulo 4

# Análisis tiempo-frecuencia de series de tiempo

El análisis espectral provee herramientas muy importantes para el estudio y utilización de las señales sísmicas, cuya transformación al dominio de las frecuencias es necesaria para diferentes algoritmos de procesamiento. No obstante, para sismogramas cuyo contenido espectral varía en el tiempo (es decir, no estacionarios) la Transformada de Fourier convencional, que analiza la señal completa, puede no ser suficiente [13]. Como es sabido, el espectro de amplitud nos indica la distribución de amplitudes vs. frecuencias de la señal, pero no nos dice a qué tiempo corresponden las mismas. La necesidad de identificar a que tiempos ocurren las variaciones espectrales dió lugar en las últimas décadas al desarrollo de las *técnicas de descomposición tiempo-frecuencia*, cuya diferencia respecto del espectro de amplitud es justamente la posibilidad de determinar qué contenido de frecuencias se tiene a un determinado tiempo. Esto implica la generación de una superficie de amplitud vs. tiempo y vs. frecuencia, que comúnmente se presenta como un mapa de isolíneas de amplitud.

En el contexto de la exploración de hidrocarburos, como se describió en la Introducción, numerosos autores han estudiado los cambios espectrales y han utilizado estas técnicas como herramienta para la localización e identificación de rocas reservorio de interés. Uno de los métodos utilizados para estudiar la evolución con el tiempo del contenido de la frecuencia de una señal es el de la frecuencia instantánea, que es un atributo derivado la traza compleja. No obstante requiere que la señal sea estacionaria, lo que en general no se cumple para las señales sísmicas.

Uno de los primeros procedimientos de descomposición TF propuestos fue la *Transformada de Fourier de tiempo reducido*, conocida como STFT por sus siglas en inglés (*short time Fourier transform*), consistente en la implementación de la Transformada de Fourier dentro de ventanas móviles. De esta manera la resolución en el dominio tiempo-frecuencia

está controlada por el ancho (fijo) de la ventana. Una ventana ancha en tiempo dará buena resolución en frecuencia y una ventana angosta en tiempo tendrá buena resolución temporal, pero poca en frecuencias. Nunca se conseguirá buena resolución en ambos dominios, haciendo que este método pueda no producir un mapa tiempo-frecuencia adecuado. En este contexto existe un *principio de incertidumbre* [16], el que establece una cota a la localización en el tiempo y en la frecuencia. Ambos dominios no pueden ser tan angostos como se quiera, y una mejora en un dominio implica una pérdida en el otro.

La necesidad de superar estas limitaciones dio lugar al desarrollo de técnicas más sofisticadas (para una reseña completa ver [13],[16]). En particular cabe mencionar los trabajos pioneros de Morlet et al. (1982)[28] y Goupillod et al. (1985)[20] quienes, basándose en el concepto de *ondeletas* u *ondículas* (wavelets), introdujeron la *Transformada de Ondeletas Continua*, (*Continuos Wavelet Transform, CWT*). Esta transformada representa a la señal en términos de versiones trasladadas y escaladas de una ondícula finita denominada *madre*, donde la escala puede relacionarse con el ancho temporal de la ondícula. Usando estas ideas posteriormente Stockwell et al. (1996)[37] introdujeron la *Transformada S* (que denotaremos *ST*), que es un tipo de descomposición espectral que toma conceptos de la CWT.

En el presente capítulo primero introduciremos la STFT tanto por su sencillez de aplicación, como por ser fácil ver sus limitaciones. Luego pasaremos a la ST que es el método con el que hemos decidido hacer el análisis tiempo-frecuencia en el Capítulo 5 por ser de fácil aplicación y mostrar mejores resultados, lo que se ilustrará con un ejemplo.

## 4.1. Transformada de Fourier de tiempo reducido

La Transformada de Fourier de tiempo reducido (STFT) es el método más simple para estudiar las señales no estacionarias. La idea básica consiste en tomar pequeños segmentos o ventanas móviles de la señal dentro de las cuales se puede suponer que la misma es estacionaria y aplicar a cada ventana la Transformada de Fourier convencional. La totalidad de los espectros muestra las variaciones con el tiempo. Se debe tener siempre presente que en la STFT las propiedades del espectro dependerán de las propiedades de la ventana elegida. A pesar de esto es conveniente en muchos aspectos puesto que está bien definida, basada en principios físicos razonables y para muchas señales y situaciones funciona bien [16].

A los fines prácticos para estudiar las propiedades de la señal al tiempo  $t$ , la STFT enfatiza la señal a ese tiempo y la suprime en los restantes. Esto es logrado multiplicando la señal  $h(t)$  por una *función ventana temporal*  $w(t)$ , centrada en  $t$ , que produce la señal modificada  $h_t$

$$h_t(t, \tau) = h(\tau)w(\tau - t) \quad (4.1)$$

donde  $\tau$  denota la variable temporal móvil. Como podemos ver, la función modificada es función de dos tiempos, el tiempo fijo  $t$  al que nos interesa estudiarla y el tiempo móvil  $\tau$ . La función ventana se elige tratando de modificar la señal lo menos posible alrededor del tiempo  $t$ , pero suprimiendo la señal para tiempos lejos de los de interés, esto es

$$h_t(\tau) \sim \begin{cases} h(\tau) & \text{para } \tau \text{ cercanos a } t \\ 0 & \text{para } \tau \text{ lejanos a } t \end{cases} \quad (4.2)$$

Como la señal modificada enfatiza la señal alrededor del tiempo  $t$ , la transformada de Fourier reflejará la distribución de frecuencia alrededor de ese tiempo

$$\begin{aligned} H_t(t, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int h_t(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int h(\tau) w(\tau - t) e^{i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad (4.3)$$

Luego, para cada tiempo  $t$  obtenemos un espectro distinto y la totalidad de esos espectros es la distribución tiempo-frecuencia, comúnmente denominada *espectrograma*[16].

En la práctica, para aplicar la STFT usamos la Transformada Discreta de Fourier. Sea  $T$  el intervalo de muestreo y  $N$  el número de muestras, luego discretizamos las variables en la forma:  $\tau \rightarrow jT$ ,  $t \rightarrow mT$  y  $f \rightarrow \frac{n}{NT}$ , con  $j, m, n = 0, 1, \dots, N-1$ , permitiéndonos expresar a la señal y a la función ventana en su forma discreta, y a partir de la ecuación (4.3) obtener la representación discreta de la STFT:

$$H_t\left(mT, \frac{n}{NT}\right) = H_t(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} h(jT) w(jT - mT) e^{i\frac{2\pi}{N}nj}. \quad (4.4)$$

La ventana más simple que podemos utilizar es la función rectangular (aunque no es la más conveniente por sus flancos abruptos). Otras ventanas muy utilizadas son la Gaussiana, la de Hanning y la de Hamming. En el presente trabajo se implementará la STFT utilizando la ventana de Hamming, cuya expresión discreta es:

$$w(jT) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi j}{N-1}\right) \quad (4.5)$$

donde  $a_0 = 0,5383$  y  $a_1 = 0,46164$ . Respecto de la longitud de la ventana, si se desea una buena localización en tiempo, tomaremos una ventana angosta, y si queremos buena localización en frecuencia, tomaremos una ventana angosta en frecuencia o ancha en tiempo. Pero como ya se mencionó ambas no pueden ser a la vez arbitrariamente angostas debido al principio de incertidumbre. Luego, hay una relación de compromiso entre la localización en tiempo y en frecuencia en el espectrograma para una ventana particular. Por otro lado el ancho de las ventanas se selecciona subjetivamente por el usuario y tratándose de señales no estacionarias la elección que se haga puede ser conveniente para ciertos intervalos pero no para otros.



## 4.2. Transformada S

La *Transformada S* (ST) es un muy buen método de descomposición espectral debido a que muestra buena resolución en tiempo y en frecuencia para las principales componentes de la señal por usar ventanas variables en tiempo: anchas para bajas frecuencias y angostas para altas frecuencias.

Stockwell et al. [37] proponen obtenerla a partir de un corrimiento de fase de la transformada de ondeletas CWT. La CWT,  $CW(\tau, d)$ , de una función  $h(t)$  se define como

$$CW(\tau, d) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)W(t - \tau, d)dt \quad (4.6)$$

donde  $W(t - \tau, d)$  es la *réplica escalada* de la ondícula madre fundamental  $W(t)$ . El coeficiente  $d$ , determina el ancho de la ondícula madre, que controlando la resolución. En las CWT existe una condición de admisibilidad sobre la ondícula madre, y es que ésta debe cumplir con ser de media cero.

La transformada S de una función  $h(t)$  se define como la CWT (para una ondícula madre específica) multiplicada por un factor de fase,

$$S(\tau, d) = e^{i2\pi f\tau} CW(\tau, d) \quad (4.7)$$

donde la ondícula madre tiene la forma Gaussiana dada por

$$W(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-t^2 f^2}{2}} e^{-i2\pi ft} \quad (4.8)$$

De esta ecuación vemos que el factor de dilatación para esta ondícula (dado por el denominador en el exponente), está dado por el inverso de la frecuencia<sup>1</sup>. Combinando (4.6) - (4.8) la transformada S resulta:

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\tau-t)^2 f^2}{2}} e^{-i2\pi ft} dt \quad (4.9)$$

donde se observa que la exponencial Gaussiana juega el rol de una ventana temporal móvil de ancho variable: a menor frecuencia mayor ancho y viceversa. De esta manera la ST nos da una representación del espectro local alrededor del tiempo móvil  $\tau$ . Una propiedad interesante de esta transformación es que la integral del espectro local sobre todos los tiempos es la transformada de Fourier de la serie completa<sup>2</sup>

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau = H(f) \quad (4.10)$$

---

<sup>1</sup>Stockwell et al. señalan que la ondícula en (4.8) no satisface la condición de media cero y por lo tanto (4.7) no es estrictamente una CWT.

<sup>2</sup>La verificación algebraica de (4.10) es posible recordando la siguiente propiedad de la integral de Gauss:  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ .

donde  $H(f)$  es la transformada integral de Fourier de  $h(t)$ :

$$H(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{i2\pi ft} dt \quad (4.11)$$

Esto establece una relación directa entre la transformada S y la transformada de Fourier de la señal, lo que permite recuperar  $h(t)$  a partir de  $S(\tau, f)$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau, f) d\tau \right\} e^{-i2\pi ft} df \quad (4.12)$$

Por lo tanto la ST puede pensarse como la generalización de la TF para señales no estacionarias.

Mediante un cambio de variables, la ST puede ser escrita usando la TF de la función

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\alpha + f) e^{\frac{-2\pi^2 \alpha^2}{f^2}} e^{-i2\pi \alpha \tau} d\alpha \quad \text{para } f \neq 0 \quad (4.13)$$

Escribiendo  $f$  y  $\tau$  en su forma discreta ( $f \rightarrow \frac{n}{NT}$  y  $\tau \rightarrow jT$ , donde  $T$  es el intervalo de muestreo y  $n, j = 0, 1, \dots, N-1$ ), y usando la expresión de la ST en función de la TF, obtenemos la ST discreta de la serie en tiempo

$$S\left[jT, \frac{n}{NT}\right] = \sum_{m=0}^{N-1} H\left[\frac{m+n}{NT}\right] e^{\frac{-2\pi^2 m^2}{n^2}} e^{\frac{-i2\pi mj}{N}} \quad n \neq 0, \quad (4.14)$$

mientras que para  $n = 0$ , se la define como el promedio de la serie en tiempo, dado por

$$S[jT, 0] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} h\left[\frac{m}{NT}\right], \quad (4.15)$$

y la ST inversa es

$$h[kT] = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} S\left[jT, \frac{n}{NT}\right] \right\} e^{\frac{-i2\pi nk}{N}} \quad (4.16)$$

La ST sufre de todos los problemas conocidos de las señales muestreadas y de longitud finita. Así como la TF cuenta con el criterio de Nyquist, que establece cual es la frecuencia máxima  $f_N$  recuperable en la señal, Stockwell et al.[37] definen y encuentran para la ST una frecuencia máxima denotada  $s_N$ , dada por

$$s_N = \frac{\pi f_N}{\pi + 1} \quad (4.17)$$

Cabe destacar que la implementación de esta descomposición no requiere al usuario seleccionar un ancho de ventana, lo que la hace muy conveniente a los fines prácticos.

### 4.3. Validación y comparación de métodos

Para las aplicaciones prácticas se realizó la implementación tanto de la STFT como de la ST en lenguaje Fortran 90. Para validar el código y a modo ilustrativo, se reproduce a continuación uno de los ejemplos mostrados en [37].

La serie de tiempo sintética está dada por:  $h[0 : 63] = \cos(2\pi t 6.0/128.0)$ ,  $h[63 : 127] = \cos(2\pi t 25.0/128.0)$ ,  $h[20 : 30] = h[20 : 30] + 0.5\cos(2\pi t 52.0/128.0)$ . A tiempos bajos, la frecuencia central de la serie es aproximadamente 0.05 Hz y para tiempos medios cambia a una frecuencia de 0.2 Hz. Entre los 20 y 30 seg ocurre una superposición de altas frecuencias (0.4 Hz). Su representación gráfica se observa en la figura 4.1.

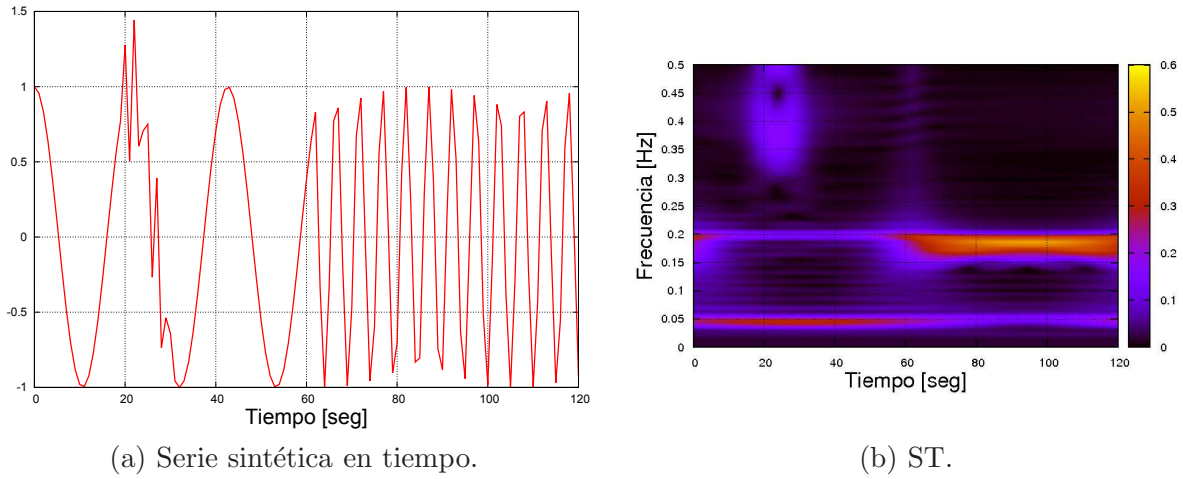


Figura 4.1: Serie sintética en tiempo y ST de la misma.

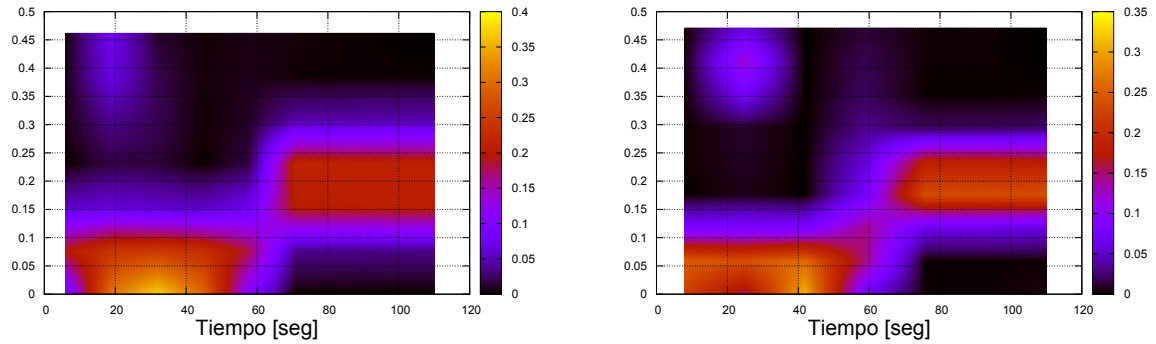


Figura 4.2: Aplicación de la STFT a la serie sintética para diferentes longitudes de ventanas.

Como podemos observar de la figura 4.1b, la ST detecta sin inconvenientes las frecuencias

presentes en la señal y a los tiempos correspondientes. En cambio en la figura 4.2 podemos ver que no sólo la localización para la STFT no es buena, sino que variando la longitud de la ventana de 13 muestras en 4.2a a 17 muestras en 4.2b, la descomposición cambia notoriamente, mostrando la gran dependencia del método con la elección de la ventana. Es por esto que para las aplicaciones del Capítulo 5 utilizaremos directamente la transformada ST.

# Capítulo 5

## Comportamiento espectral y frecuencia pico en reservorios finos

Como se mencionó en la introducción, diversos autores han estudiado la ocurrencia de amplitudes anómalas de bajas frecuencias asociados a reservorios de gas y condensados. Estas anomalías se asocian en general a la presencia de fluidos de reservorio (en especial gas) en el espacio poral de las rocas, por lo que se las ha tratado de utilizar para la detección de los mismos como un indicador. Sin embargo, estos efectos no han sido del todo entendidos, en especial para el caso particular de reservorios finos en los que la distancia que recorren las ondas sísmicas es insuficiente para justificar el corrimiento de la energía hacia las bajas frecuencias por efectos de atenuación de las componentes de alta frecuencia [11]. Algunos autores han realizado análisis cuantitativos de estos efectos, tales como [38], [39],[25], [47], [15], en base a otros métodos de modelado y diferentes modelos de atenuación, cuya descripción y parámetros en muchos casos resulta incompleta y no siempre son reproducibles.

Con esta idea en este capítulo utilizaremos las herramientas de modelado y de física de rocas descritas previamente para tratar de estudiar el comportamiento espectral de los sismogramas sintéticos de reflexión en rocas porosas saturadas. De esta manera se espera observar sus variaciones y las frecuencias donde ocurren los máximos de amplitud, analizando su sensibilidad a los diferentes parámetros, tratando de contribuir al entendimiento de los efectos mencionados.

### 5.1. Parámetros para el modelado

Para los experimentos numéricos, tomando ideas de los trabajos de [25], [38],[30], los modelos a considerar serán dos: en primer lugar un estrato de roca reservorio (arenisca)

rodeado por un medio encajante (esquisto) y luego un modelo de reservorio de dos estratos, en el mismo medio encajante. Para el primer caso, es decir, el *modelo de una capa*, el esquema es el de la figura 5.1. El esquisto, juega el rol de los semiespacios superior e inferior en el esquema de la figura 3.2. En todos los casos se lo supondrá elástico.

Para representar el reservorio consideraremos dos areniscas: una poco consolidada, la arenisca Utsira (que mencionaremos como *US*) y una muy consolidada, la arenisca Berea (que denotaremos *BS*), ambas muy estudiadas en la literatura geofísica [34],[2]. Sus propiedades se muestran en la tabla 5.1.

roca reservorio	$K_s[GPa]$	$K_m[GPa]$	$\mu[GPa]$	$\rho_s[gr/cm^3]$	$\phi$	$\kappa[Darcy]$
Utsira	37	2.7	0.857	2.65	0.37	1.0
Berea	37.9	15.4	10.1	2.65	0.19	0.2

Tabla 5.1: Parámetros físicos de las rocas reservorio consideradas.

La figura 5.1 es un gráfico esquemático del modelo de una capa que vamos a considerar. En el mismo se muestran las propiedades de la roca encajante (esquisto) así como los parámetros de los fluidos saturantes.

Esquistos : $V_p=2372.6\text{ m/s}$ $\rho=2.116\text{ gr/cm}^3$		
Arenisca con agua Agua: $K=3.302\text{ GPa}$ $\rho=1.114\text{ gr/cm}^3$ $\eta=0.496\text{ cP}$	Arenisca con gas Gas: $K=0.0526\text{ GPa}$ $\rho=0.146\text{ gr/cm}^3$ $\eta=0.0239\text{ cP}$	Arenisca con petróleo Petróleo: $K=1.328\text{ GPa}$ $\rho=0.827\text{ gr/cm}^3$ $\eta=3.53\text{ cP}$
Esquistos : $V_p=2372.6\text{ m/s}$ $\rho=2.116\text{ gr/cm}^3$		

Figura 5.1: Parámetros de los fluidos y de la roca sello.

Para el cálculo de las propiedades de los fluidos del reservorio (agua, gas y petróleo) se utilizó la calculadora on-line del proyecto CREWES como se mencionó en el Capítulo 2. La temperatura y presión considerada fueron de  $100^\circ\text{C}$  y  $25\text{ MPa}$ , respectivamente. Para la determinación del gas se tomó una gravedad específica  $G = 0.6$ , para la determinación del petróleo un valor de  $API = 30$ , que equivale a una densidad media, y se consideró que no hay gas disuelto. Para la determinación del agua salada se tomó una salinidad de  $200000\text{ ppm}$ . Los valores se muestran en la figura 5.1.

## 5.2. Modelo de fuente y balance espectral

Para realizar los sismogramas sintéticos utilizamos como fuente la ondícula de Ricker definida en el Capítulo 3. La misma fue calculada a partir de la ecuación (3.47), y su espectro mediante (3.48). Para los cálculos, la frecuencia central  $f_m$  elegida fue de 40 Hz, y el corrimiento temporal considerado fue  $t_s = 0.03$  seg. El intervalo de muestreo es de 1.5 mseg. Luego, la frecuencia de Nyquist es de 333,33 Hz. En la figura 5.2a se observa la ondícula y en la 5.2b su espectro de amplitud.

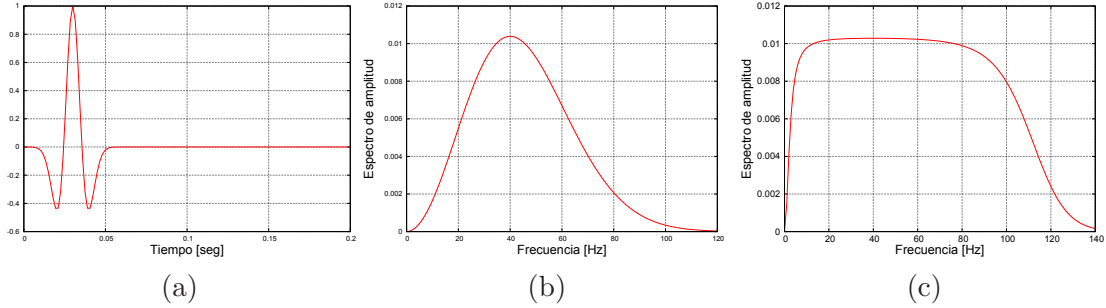


Figura 5.2: Características de la fuente:(a) ondícula de Ricker, (b) su espectro de amplitud y (c) su espectro de amplitud después del balance espectral.

La multiplicación entre el espectro de la ondícula y la reflectividad según (3.50) tendrá como efecto la atenuación de ciertas componentes de la reflectividad, efecto equivalente a un filtro pasabanda, que afecta fuertemente la amplitud en el rango de bajas frecuencias que, como ya mencionamos, es el que nos interesa analizar. Con el fin de compensar este efecto y de realzar las componentes en dicho rango, en algunos casos implementaremos un procedimiento análogo al *balance espectral*, directamente sobre el espectro de la ondícula de Ricker, dado que en nuestro análisis la fuente es conocida. Utilizando las expresiones dadas por [25] y [48] calculamos la amplitud balanceada en la forma

$$G_b(\omega) = G_{max}/(G(\omega) + \epsilon_r G_{max}) \quad (5.1)$$

donde  $G$  es el espectro de amplitud de la ondícula,  $G_{max}$  su valor máximo y  $G_b$  es el espectro resultante de esta operación. Se puede observar que la ecuación (5.1) modifica la amplitud pero no la fase. En la aplicación elegimos  $\epsilon_r=0.01$ . El efecto de esta operación se ilustra en la figura 5.2c.

Cabe remarcar que en el estudio de atributos sísmicos espectrales en datos reales es muy frecuente la combinación de técnicas de balance con las de descomposición tiempo-frecuencia [29],[25],[38] . La conveniencia de implementar estos procedimientos se hará evidente en las aplicaciones que veremos al final de este capítulo.

### 5.3. Análisis de velocidad, atenuación y dispersión

En esta sección nos proponemos ilustrar primero cómo varía la velocidad con la saturación del fluido poral para el reservorio modelado con teoría elástica de Gassmann, y luego incluyendo efectos de atenuación y dispersión en el reservorio según la teoría de White.

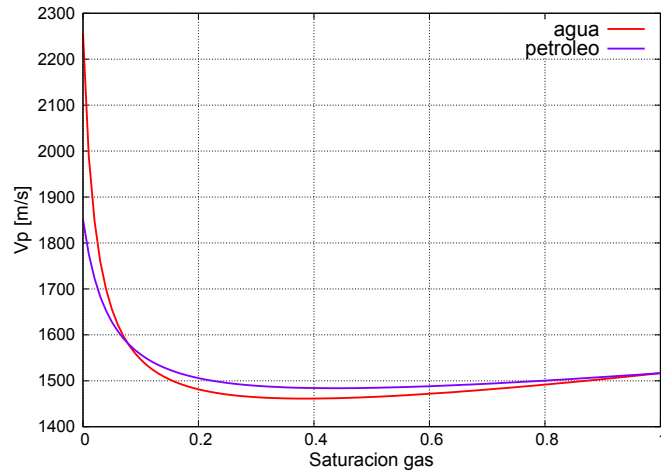


Figura 5.3: Velocidad vs. saturación de gas, para US saturada con gas-agua y petróleo-gas.

$S_g$	$V_{p_{a-g}}[m/s]$	$V_{p_{p-g}}[m/s]$
1.0	1516.66	1516.66
0.9	1503.66	1508.15
0.8	1491.67	1500.40
0.7	1480.91	1493.64
0.6	1471.73	1488.19
0.5	1464.77	1484.66
0.4	1461.32	1484.16
0.3	1464.21	1489.12
0.2	1481.41	1505.82
0.1	1546.26	1557.21
0.0	2256.94	1851.08

Tabla 5.2: Velocidad vs. saturación para US saturada con mezcla agua-gas y petróleo-gas.

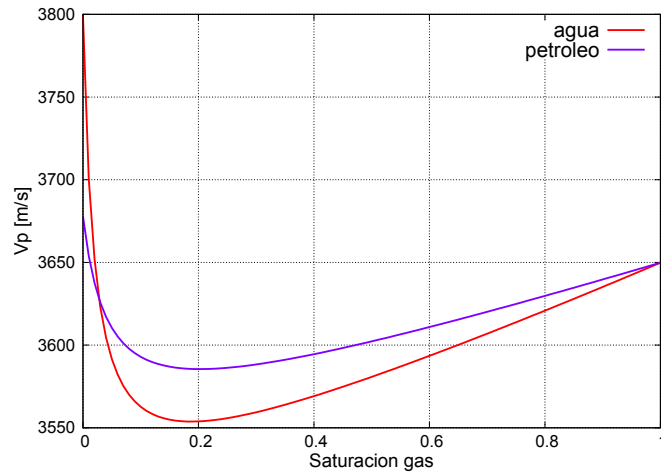


Figura 5.4: Velocidad vs saturación de gas para BS saturada con mezcla agua-gas y petróleo-gas.

$S_g$	$V_{p_{a-g}}[m/s]$	$V_{p_{p-g}}[m/s]$
1.0	3649.85	3649.85
0.9	3635.17	3639.68
0.8	3620.84	3629.76
0.7	3606.92	3620.14
0.6	3593.51	3610.92
0.5	3580.8	3602.27
0.4	3569.16	3594.50
0.3	3559.4	3588.31
0.2	3553.87	3585.50
0.1	3562.71	3592.91
0.0	3799.06	3677.79

Tabla 5.3: Velocidad vs. saturación para BS saturada con mezcla agua-gas y petróleo-gas.



En las figuras 5.3 y 5.4 se muestran las curvas de velocidad para la onda P vs. saturación de agua-gas y petróleo-gas considerando como reservorio las areniscas US y BS, respectivamente, ambas modeladas con la teoría elástica de Gassmann. Comparando ambos gráficos se observa que el rango de variación de  $V_p$  con la saturación es grande para la US, mientras que para BS, que es una roca mucho mas consolidada, la variación es mucho menor. Comparando las curvas agua-gas y petróleo-gas, se observa una mayor variación en el primer caso en ambos gráficos. Por otra parte, vemos que la variación de la velocidad con la saturación no es lineal, por lo que elegiremos algunas saturaciones particulares para el análisis.

En función de lo previo las saturaciones que se considerarán en el modelo de White, para un elemento con donde  $L = 0.48$  m, son:

- 90 % gas - 10 % agua a partir de  $L_1=0.432$  m y  $L_2= 0.048$  m,
- 70 % gas - 30 % agua a partir de  $L_1= 0.336$ m y  $L_2= 0.144$ m,
- 30 % gas - 70 % agua a partir de  $L_1= 0.144$ m y  $L_2= 0.366$  m.

Cabe agregar que además se tuvo en cuenta el criterio encontrado por [32] quienes derivaron una relación para determinar los espesores  $L_1$  y  $L_2$  que hacen mínimo el factor de calidad para areniscas parcialmente saturadas con agua y gas. Las mismas saturaciones se repitieron para los fluidos petróleo-gas. Los comportamientos de la velocidad e inverso del factor de calidad vs. frecuencia para el modelo de White a saturaciones fijas se muestra en las figuras 5.5a, 5.5b para US y figuras 5.6a, 5.6b para BS.

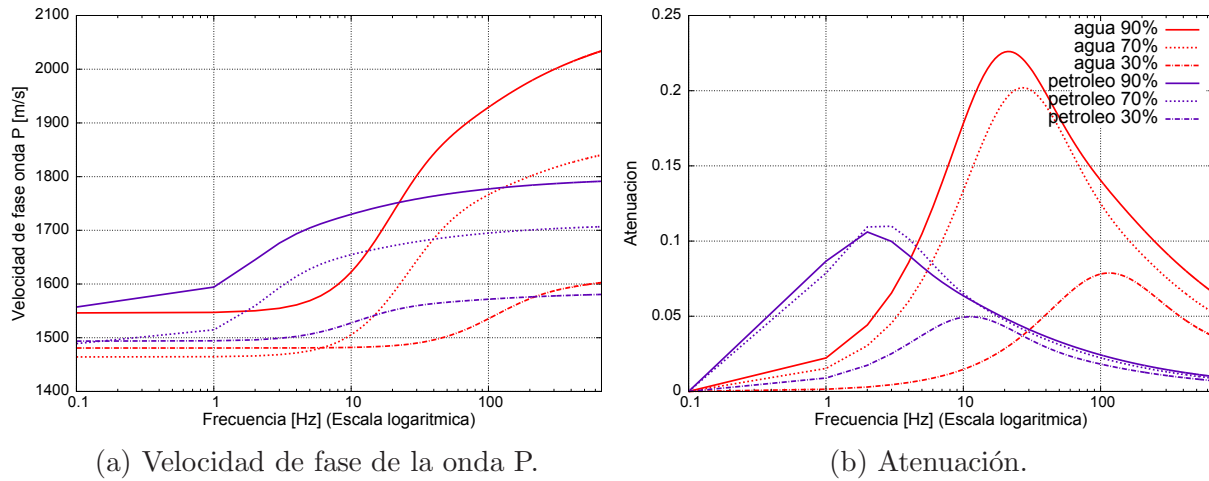


Figura 5.5: Modelo de White para US como roca reservorio, parcialmente saturada con agua-gas y petróleo-gas.

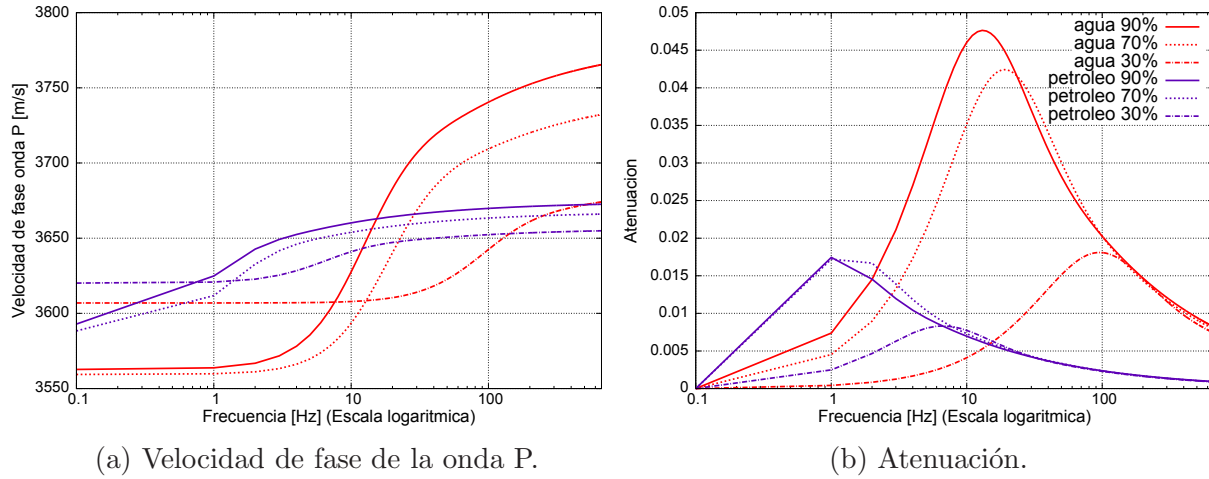


Figura 5.6: Modelo de White para BS como roca reservorio, parcialmente saturada con agua-gas y petróleo-gas.

Las curvas rojas son las velocidades para los porcentajes de saturaciones antes mencionados cuando los fluidos saturantes son una alternancia de capas de agua-gas y las violetas para mezclas petróleo-gas. Podemos ver que el comportamiento para el último caso es poco sensible a las distintas saturaciones. Cuando los fluidos considerados son agua-gas tenemos una mayor variación de la velocidad con la saturación. En estas figuras podemos observar la dispersión de la velocidad compresional, la que es mucho más marcada para el caso agua-gas que el caso petróleo-gas, siendo la atenuación también mayor. Nótese además las variaciones en la posición del máximo de atenuación que es inversamente proporcional a la viscosidad de la fase líquida (agua o petróleo), de acuerdo con (2.42).

Cabe aclarar que al momento de analizar la frecuencia pico también se considerarán saturaciones de cien por ciento agua y cien por ciento gas, saturaciones para las cuales el módulo de White converge al módulo de Gassmann como vimos en el Capítulo 2.

## 5.4. Modelo de reservorio de una capa

En esta sección, basándonos en las expresiones (3.49) y (3.50), analizaremos el comportamiento de la frecuencia pico con el cambio de velocidad asociado a cambios de saturación y tipo de fluido, para diferentes espesores, según el modelo de la figura 5.1. Compararemos los resultados obtenidos usando el modelo elástico de Gassmann y la teoría de White. Dado que nuestro interés se centra en encontrar a partir de los modelos amplitudes en el rango de bajas frecuencias (menores a 20 Hz aproximadamente), se pondrá énfasis en el primer pico espectral (por ser el de frecuencia menor).

El análisis lo realizaremos tanto para las areniscas US como BS para observar la influencia del grado de consolidación en el comportamiento espectral. Además se procederá a la localización de la frecuencia pico mediante transformada ST, comparándola con la predicción teórica dada por el máximo del espectro de amplitudes definido por (3.50). En todos los casos se estudiarán las reflexiones a incidencia normal, es decir para  $\theta = 0$ .

Para estas areniscas las longitudes de onda de referencia  $\lambda$  se calculan para la frecuencia central de la ondícula  $f_m = 40$  Hz y con la velocidad de Gassmann correspondiente a la arenisca totalmente saturada con gas, resultando  $\lambda = 37,91$  m para US y  $\lambda = 91,25$  m para BS.

### 5.4.1. Arenisca Utsira

#### A. Reflectividad y amplitud vs. frecuencia

En la figura 5.7 se muestran el módulo de los coeficientes de reflexión generalizados y el espectro de amplitud de la traza reflejada (obtenido mediante (3.50)), para la US como roca reservorio saturada con diferentes combinaciones de agua y gas. De los gráficos para el módulo de los coeficientes generalizados se observa un corrimiento hacia las bajas frecuencias a medida que aumenta el espesor, y dentro de cada gráfico también se observa un corrimiento hacia las bajas frecuencias a medida que aumenta la saturación de gas (que hace disminuir las velocidades). Estos comportamientos son consistentes con lo establecido en las relaciones (3.40) y (3.41). En los espectros de amplitud se observa la fuerte influencia del espectro de la ondícula, predominando las frecuencias cercanas a los 40 Hz para los espesores  $\lambda/8$  y  $\lambda/4$ . Para  $\lambda/2$  se observan dos lóbulos, ocurriendo en algunos casos el máximo del espectro en el primer lóbulo y en otros en el segundo.

Comparando los coeficientes de reflexión para el modelo de Gassmann (línea punteada) y para el modelo de White (línea continua) se observa que los segundos se corren más hacia las bajas frecuencias que los primeros, y que sufren una importante caída de amplitud, ambos resultados se potencian para el reservorio saturado 90 % con agua cuando el espesor de la capa es  $\lambda/2$ . El mayor corrimiento hacia las bajas frecuencias de los coeficientes generalizados para el modelo de White ya no se observa en el espectro de amplitud.

En la figura 5.8 se realiza el mismo análisis para el reservorio saturado con petróleo y gas, donde observa que el máximo del primer lóbulo de la reflectividad ocurre a menores frecuencias para el reservorio modelado con teoría de Gassmann, las demás conclusiones son análogas al reservorio saturado con agua-gas.

Para cualquiera de las dos combinaciones de fluidos el modelo de Gassmann no pareciera mostrar cambios significativos en la posición de  $f_p$ , con el modelo de White se observa mayor sensibilidad.

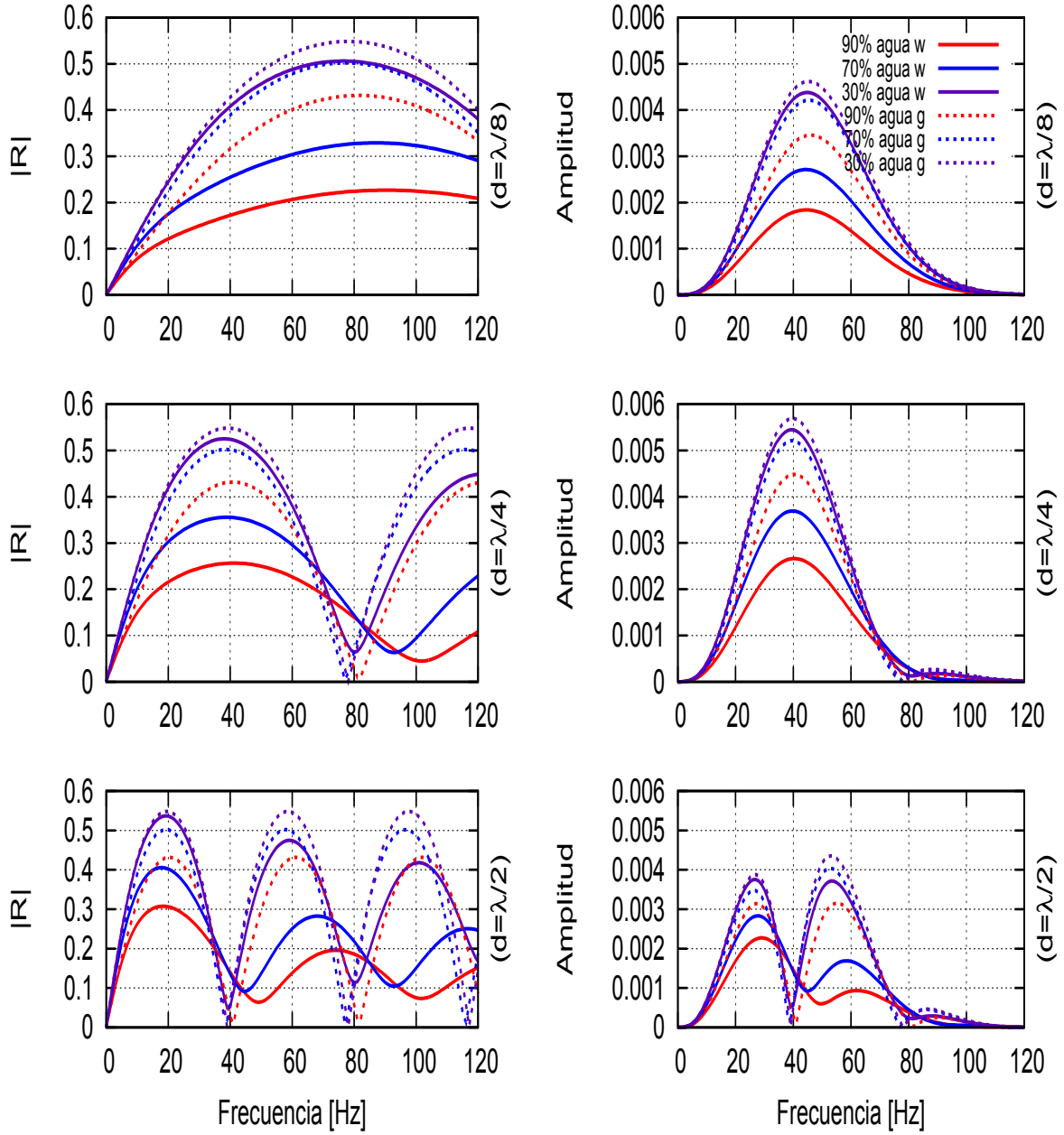


Figura 5.7: Coeficiente de reflexión generalizado (módulo) y espectro de amplitud vs. frecuencia de la traza reflejada para US saturada con agua y gas en diferentes proporciones, modelado con teorías de Gassmann y de White. Se muestran para los espesores  $\lambda/8$ ,  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$ .

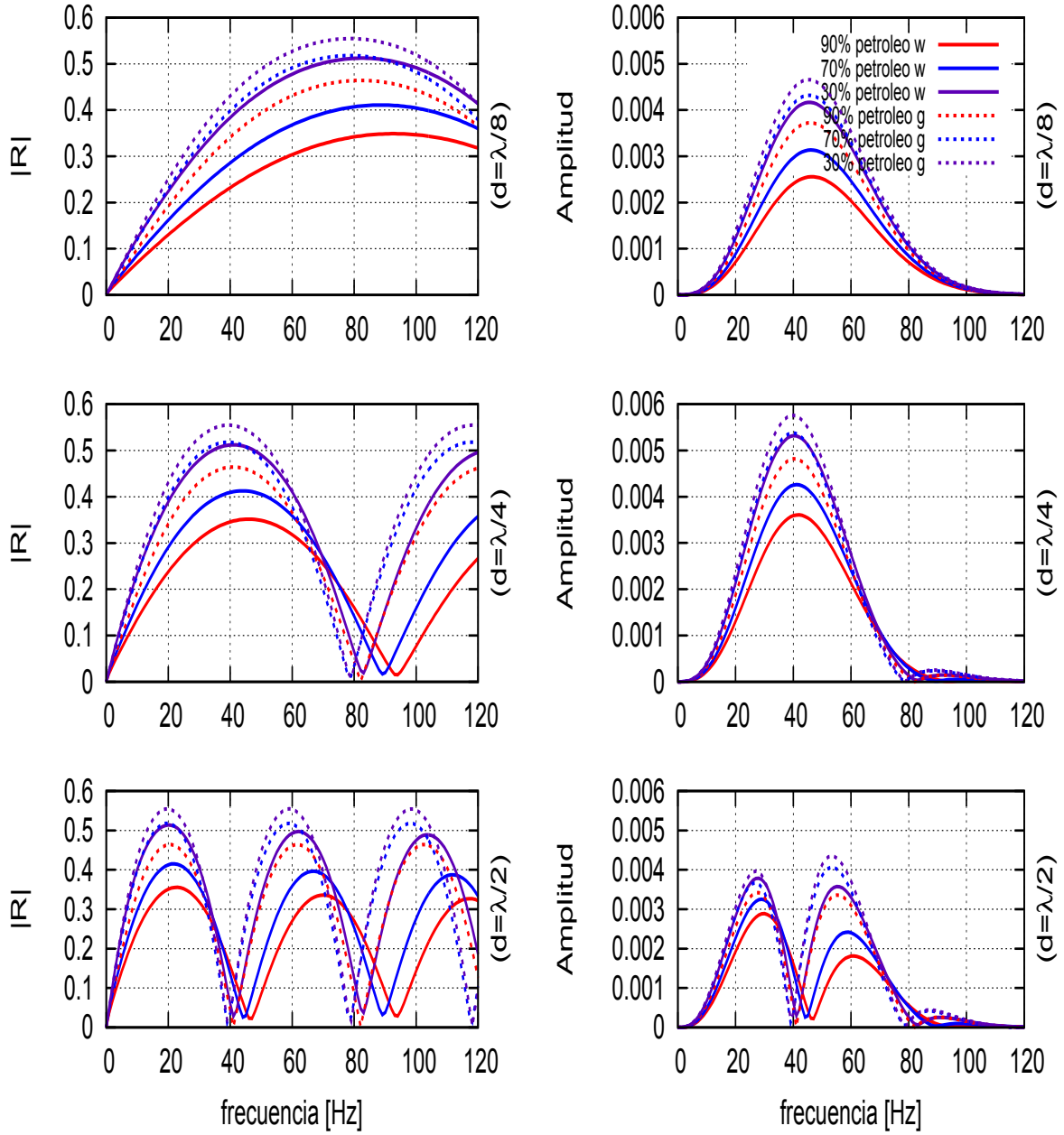
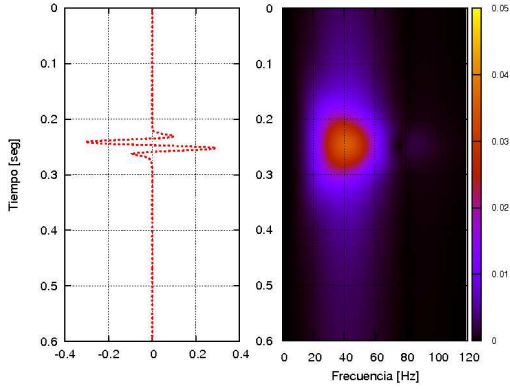
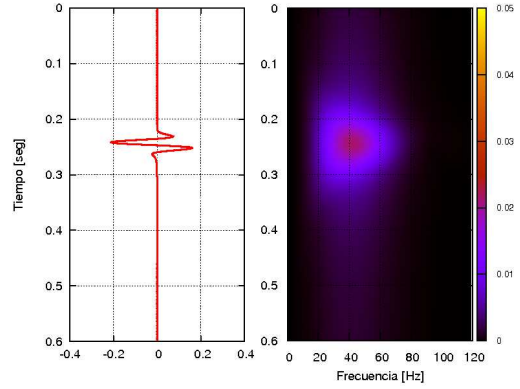


Figura 5.8: Coeficiente de reflexión generalizado (módulo) y espectro de amplitud vs. frecuencia de la traza reflejada para US saturada con petróleo y gas en diferentes proporciones, modelado con teorías de Gassmann y de White. Se muestran para los espesores  $\lambda/8$ ,  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$ .

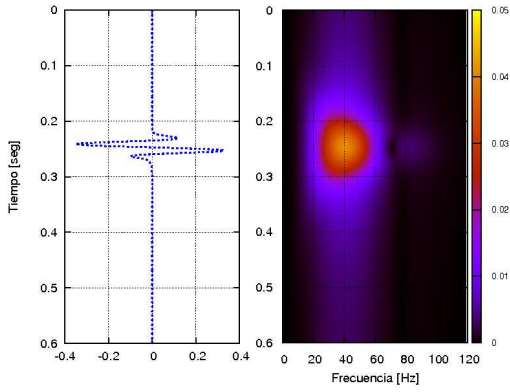
## B. Sismogramas y descomposición tiempo-frecuencia



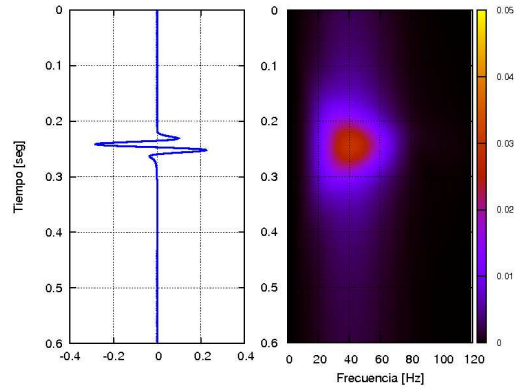
(a) Módulo de Gassmann,  $S_g = 10\%$ .



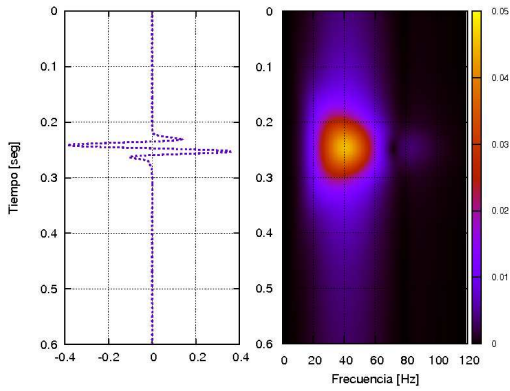
(b) Módulo complejo de White,  $S_g = 10\%$ .



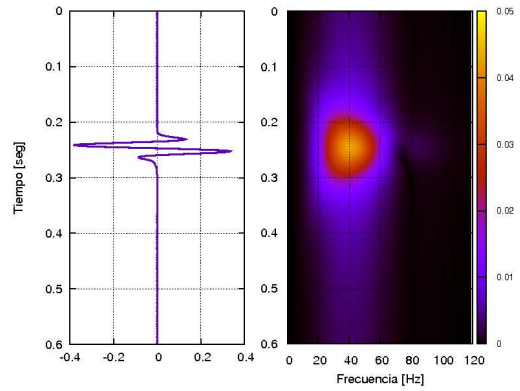
(c) Módulo de Gassmann,  $S_g = 30\%$ .



(d) Módulo complejo de White,  $S_g = 30\%$ .



(e) Módulo de Gassmann,  $S_g = 70\%$ .



(f) Módulo complejo de White,  $S_g = 70\%$ .

Figura 5.9: Traza y descomposición ST para reservorio saturado con agua y gas, de espesor  $\lambda/4$  con arenisca US como roca reservorio.

En la figura 5.9 comparamos los sismogramas acústicos y la descomposición lograda con la ST, de la que resultan mapas de isolíneas de amplitud vs. tiempo y vs. frecuencia. Se ilustran los resultados para el reservorio modelado con teoría de Gassmann y con teoría de White, limitándonos a mostrar sólo el y al espesor  $\lambda/4$  por brevedad. En las figuras, como es de esperar por el espesor considerado, no se distinguen tope y base del reservorio. De acuerdo con la escala de color adoptada puede verse que al aumentar el contenido de gas aumenta la amplitud de la reflexión, la que es siempre mayor para el caso elástico. En estos resultados se observa el buen desempeño de la ST, logrando buena localización del máximo tanto en tiempo como en frecuencia.

### C. Frecuencia pico y variaciones

En las tablas 5.4 (a)-(c) se muestra la frecuencia pico *verdadera*  $f_p$ , a partir del espectro teórico para saturaciones variables de agua y gas para el modelo de Gassmann y en las 5.5 (a)-(c) con teoría de White. Se muestra también la frecuencia pico determinada a partir del máximo de la ST,  $f_p^{ST}$  y la variación de la frecuencia pico verdadera,  $\Delta f_p$ , tomando como referencia para la comparación la frecuencia pico del reservorio saturado totalmente con agua.

Del análisis del conjunto de resultados podemos corroborar la buena calidad de la estimación lograda a partir de la ST. Si bien se observan corrimientos negativos hacia las bajas frecuencias con el aumento de la saturación de gas, la variación de la misma no ocurre de forma gradual y toma valores entre -2 Hz y -8 Hz para el reservorio con agua-gas.

Cabe aclarar que para  $\lambda/2$ , en algunos casos no se calcula la variación por ocurrir el máximo de  $f_p$  para el reservorio saturado solo con agua en el primer lóbulo y en el resto de los casos en el segundo lóbulo.

Las tablas 5.6 y 5.7 muestran el mismo análisis para el reservorio saturado con petróleo-gas. Se observa si bien las frecuencias varían un poco menos (entre los -1 Hz y -3 Hz), tomando como referencia para la comparación la frecuencia pico del reservorio saturado totalmente con petróleo.

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	48	49	0
0.1	46	47	-2
0.3	45	47	-3
0.7	45	47	-3
1.0	45	47	-3

(a) Espesor  $\lambda/8$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	45	46	0
0.1	40	41	-5
0.3	40	40	-5
0.7	40	41	-5
1.0	40	41	-5

(b) Espesor  $\lambda/4$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	35	35	0
0.1	55	52	-
0.3	53	50	-
0.7	53	50	-
1.0	54	51	-

(c) Espesor  $\lambda/2$ .

Tabla 5.4: Comparación de la frecuencia pico para diferentes espesores del reservorio US saturado con agua-gas. Módulo de Gassmann.

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	48	49	0
0.1	44	47	-4
0.3	44	47	-4
0.7	45	46	-3
1.0	45	47	-3

(a) Espesor  $\lambda/8$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	45	46	0
0.1	40	42	-5
0.3	40	41	-5
0.7	39	41	-6
1.0	40	41	-5

(b) Espesor  $\lambda/4$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	35	35	0
0.1	29	30	-6
0.3	28	55	-7
0.7	27	50	-8
1.0	54	51	-

(c) Espesor  $\lambda/2$ .

Tabla 5.5: Comparación de la frecuencia pico para diferentes espesores del reservorio US saturado con agua-gas. Módulo complejo de White.

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	47	48	0
0.1	46	47	-1
0.3	45	47	-2
0.7	45	47	-2
1.0	45	47	-2

(a) Espesor  $\lambda/8$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	42	44	0
0.1	40	41	-2
0.3	40	41	-2
0.7	40	41	-2
1.0	40	41	-2

(b) Espesor  $\lambda/4$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	31	30	0
0.1	28	52	-3
0.3	53	50	-
0.7	53	50	-
1.0	54	51	-

(c) Espesor  $\lambda/2$ .

Tabla 5.6: Comparación de la frecuencia pico para diferentes espesores del reservorio US saturado con petróleo-gas. Módulo de Gassmann.

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	47	48	0
0.1	46	48	-2
0.3	46	48	-2
0.7	45	47	-2
1.0	45	47	-2

(a) Espesor  $\lambda/8$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	42	44	0
0.1	42	43	0
0.3	41	42	-1
0.7	40	41	-2
1.0	40	41	-2

(b) Espesor  $\lambda/4$ .

$S_g$	$f_p$	$f_p^{ST}$	$\Delta f_p$
0.0	31	30	0
0.1	30	57	-1
0.3	29	55	-2
0.7	28	52	-3
1.0	54	51	-

(c) Espesor  $\lambda/2$ .

Tabla 5.7: Comparación de la frecuencia pico para diferentes espesores del reservorio US saturado con petróleo-gas. Módulo complejo de White.

### 5.4.2. Arenisca Berea

Consideremos ahora el caso de la arenisca Berea como roca reservorio. De la figura 5.14 se observa que el cambio de espesor es el único parámetro que modifica de manera notoria la posición de la frecuencia pico  $f_p$ . La variación con la saturación es muy pequeña, lo que se debe al comportamiento poco sensible de la velocidad con la misma, por ser la Berea una roca muy consolidada. Tampoco hay una distinción significativa entre los modelos de Gassmann y White. Cuando se calcula el espectro de amplitud, el comportamiento es



bastante similar. La situación es la misma para saturación petróleo-gas. Por lo tanto hemos optado por no profundizar el análisis, omitiendo incluir tablas y espectros de sismogramas.

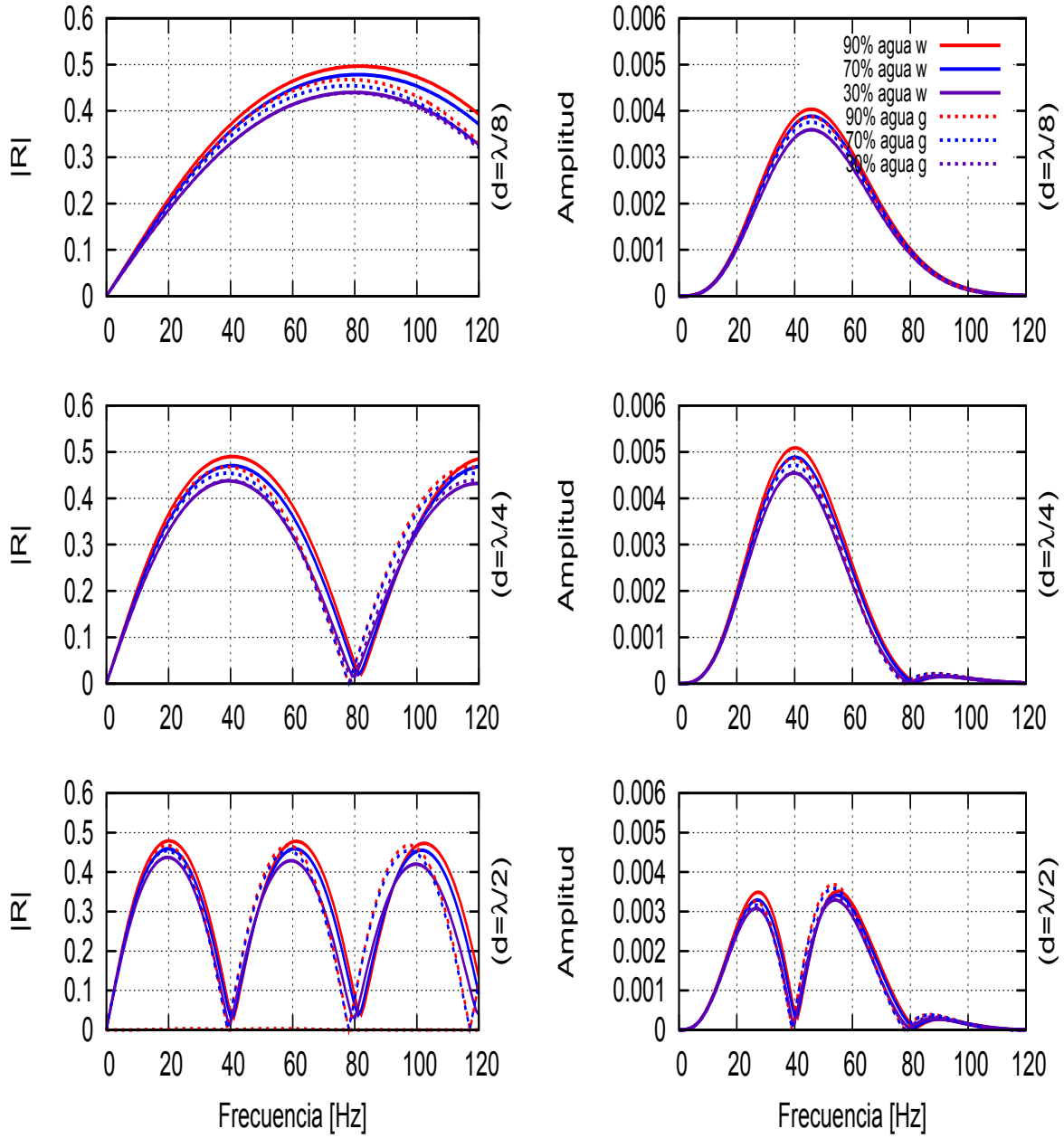


Figura 5.14: Coeficiente de reflexión generalizado y espectro de amplitud para Berea como roca reservorio saturado con agua y gas en diferentes proporciones, modelado con teoría de Gassmann y de White. Se muestran para los espesores  $\lambda/8$ ,  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$ .

## 5.5. Modelo de reservorio de dos capas

Como del conjunto de resultados anteriores para el modelo de una capa, no hemos encontrado máximos espectrales en el rango menor a aprox. 20Hz, a continuación proponemos extender el modelo agregando una capa adicional. Para este *modelo de dos capas* el esquema es el de la figura 5.15, donde además se detallan los fluidos y su saturación. En este caso solo consideramos como roca reservorio la arenisca Utsira por haber mostrado mayor sensibilidad en los ejemplos de la sección anterior. El medio encajante seguirá siendo la misma roca sello, pero ahora por debajo del reservorio tendremos otra capa de la misma roca saturada principalmente con agua. Puede interpretarse como un reservorio con alta saturación de gas en la parte superior. Para elegir el espesor de la capa inferior se toma como referencia la longitud de onda  $\lambda_2$  calculada a partir de la velocidad del medio saturado completamente con agua a la frecuencia de 40 Hz, resultando de 56.42 m. La longitud de onda de referencia en la capa superior  $\lambda_3$  es la misma de la sección anterior, 37.91 m.

En esta sección además se variará el modelo con el que se representan las capas. Primero analizaremos los cambios que sufren principalmente los coeficientes de reflexión al ser las capas representadas con la teoría de Gassmann o con la de White, y luego se analizará que sucede al modificar el espesor de la capa 2, manteniendo fijo el de la capa 1. Para ello, los espesores elegidos tomaran valores discretos entre  $\lambda_2/2$  y  $\lambda_2/8$ .

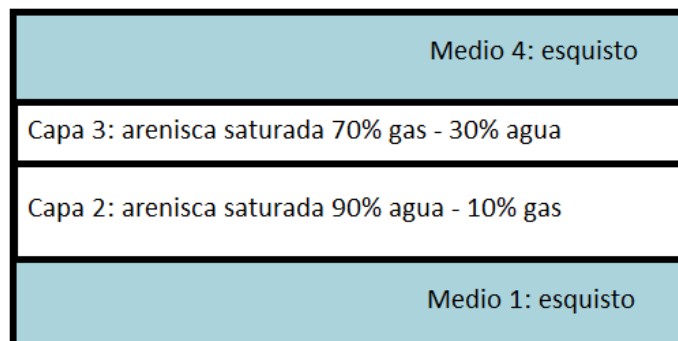


Figura 5.15: Representación gráfica del modelo de dos capas a analizar.

Se realizaron experimentos para los siguientes modelos:

- Modelo 1: capa 2 y 3 representadas con teoría de Gassmann.
- Modelo 2: capa 2 con teoría de Gassmann y capa 3 con teoría de White.
- Modelo 3: capa 2 con teoría de White y capa 3 con teoría de Gassmann.
- Modelo 4: capa 2 y 3 con teoría de White.

En la figura 5.16 se observan los coeficientes de reflexión generalizados, el espectro de amplitud de la traza y el espectro de amplitud balanceado para los cuatro modelos

descriptos, para  $d_2 = \lambda_2/2$ . El modelado con balance espectral se realiza para realzar las amplitudes en la zona de bajas frecuencias, que podrían aportar información de interés. Podemos observar que los modelos 1 y 2 muestran un comportamiento muy parecido a bajas frecuencias, y a medida que aumenta la frecuencia, el modelo 2 empieza a perder amplitud y el máximo de sus lóbulos ocurre a mayores frecuencias que para el modelo 1. Recordemos que la diferencia entre ambos modelos es que la capa 3 está modelada con teoría de Gassmann en el modelo 1 y con teoría de White en el modelo 2. Los modelos 3 y 4, por su parte, también se comportan de manera similar a bajas frecuencias, y si bien a mayores frecuencias sus curvas se apartan, es de manera mucho más gradual que para los modelos 1 y 2 y no ocurre entre ambos un claro corrimiento de los máximos de los lóbulos de reflectividad como en el primer caso. Comparando ahora los modelos 1 y 2 con los modelos 3 y 4, se observa que la amplitud de los primeros es mayor que la amplitud de los segundos, que los primeros tienden más a la repetición (lóbulos más parecidos entre sí) y que el máximo del primer lóbulo ocurre a menores frecuencias para los modelos 3 y 4, pero a partir del segundo lóbulo empiezan a correrse a mayores frecuencias, es decir, hay mayor diferencia en frecuencia entre los máximos de los modelos 3 y 4 que entre los de los modelos 1 y 2. Los espectros de amplitud muestran las mismas tendencias que los coeficientes generalizados pero afectados por la ondícula, por lo que pierden amplitud y sufren un corrimiento hacia las altas frecuencias, predominando el lóbulo cercano a la frecuencia central de la fuente. El espectro balanceado permite observar la recuperación tanto de amplitud como en frecuencia de los mismos dentro del rango de frecuencia de la fuente.

Debido a las similitudes entre modelos 1 y 2, y 3 y 4 es que para estudiar la respuesta del medio ante cambios de espesor de la capa 2 se van a considerar sólo los modelos 1 y 4, es decir, se compararán los resultados de considerar que ambas capas de reservorio, 2 y 3 son elásticas en un caso y viscoelásticas en otro.

En las figuras 5.18 y 5.20 se muestran otra vez los coeficientes de reflexión así como el espectro de amplitud y el espectro de amplitud balanceado para  $d_2 = \lambda_2/4$  y  $d_2 = \lambda_2/8$ . En la comparación del comportamiento por el cambio de espesor vemos que todos los casos presentan presencia de amplitud apreciable en el rango de bajas frecuencias. Para  $\lambda_2/2$  es esperable por presentar lóbulos en las bajas frecuencias de por sí el coeficiente de reflexión de una sola capa. Si bien en este caso tenemos dos capas, los coeficientes generalizados se comportarán en función del espesor de ambas y sabemos que a medida que el espesor aumenta, los coeficientes generalizados tienden a las bajas frecuencias. Pero a medida que el espesor de la capa 2 disminuye seguimos teniendo presencia de bajas frecuencias, observándose además que el espectro de amplitud empieza a tener mayor amplitud hacia las bajas frecuencias. El espectro balanceado otra vez muestra no solo la recuperación de amplitudes, sino el comportamiento de los coeficientes de reflexión. A medida que se afina la capa inferior del reservorio, los coeficientes generalizados tienden a las altas frecuencias, pero al estar influenciados por el espesor de la capa 3 (que recordemos es  $d_3 = \lambda/4$ ), el cambio en el comportamiento es mucho más gradual y aún para reservorios ultrafinos

mantienen lóbulos a bajas frecuencias. (Para  $d_2 = \lambda/2$  el primer lóbulo ocurre entre 0 y 20 Hz, para  $d_2 = \lambda/4$  entre 0 y 30 Hz y para  $d_2 = \lambda/8$  entre 0 y 40 Hz).

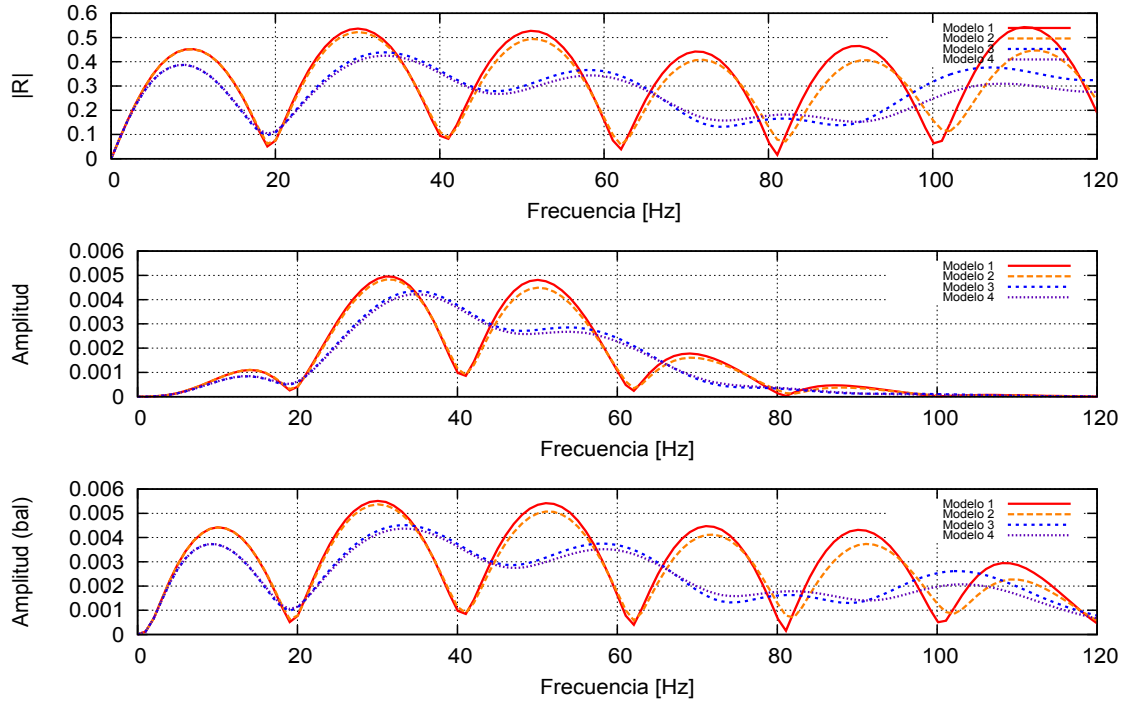


Figura 5.16: Coeficiente de reflexión generalizado, espectro de amplitud y espectro balanceado para US como roca reservorio saturada con agua y gas para modelos 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/2$ .

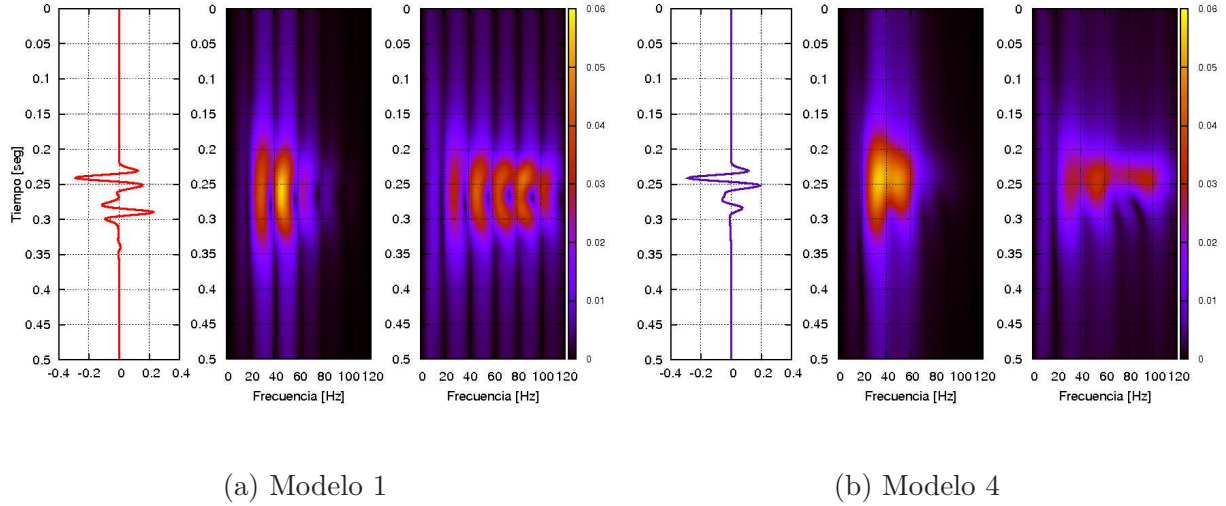


Figura 5.17: Trazo y descomposición ST antes y después del balance espectral para el modelo 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/2$ .

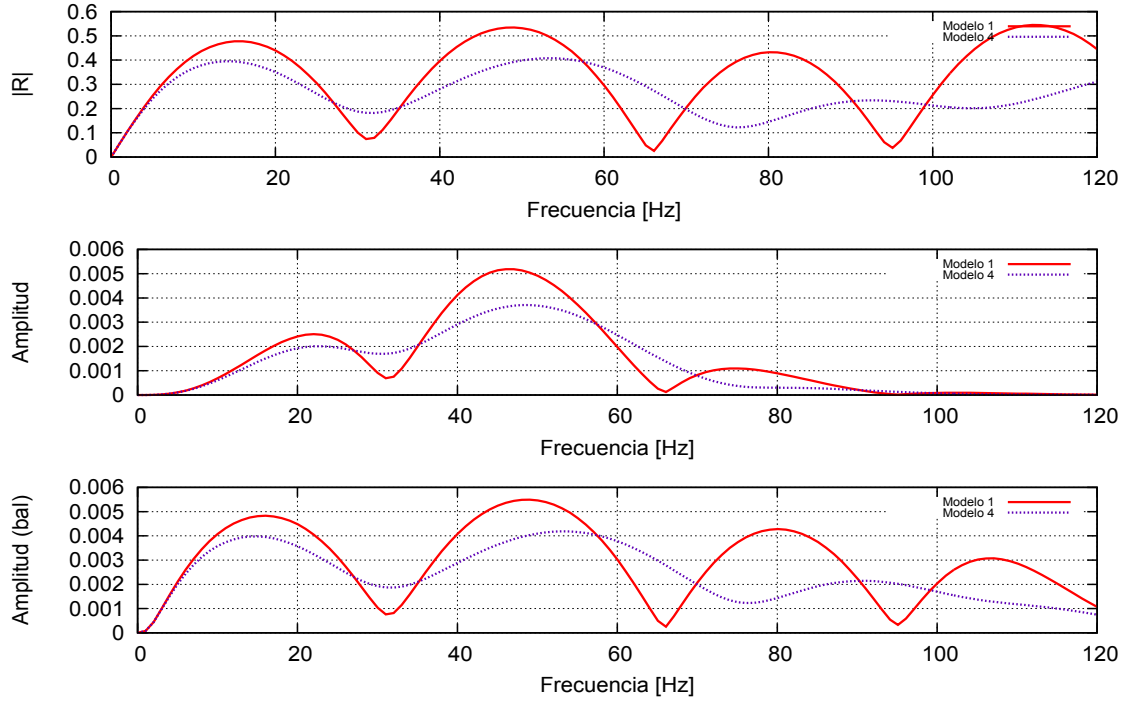


Figura 5.18: Coeficiente de reflexión generalizado, espectro de amplitud y espectro balanceado para US como roca reservorio saturada con agua y gas para modelos 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/4$ .

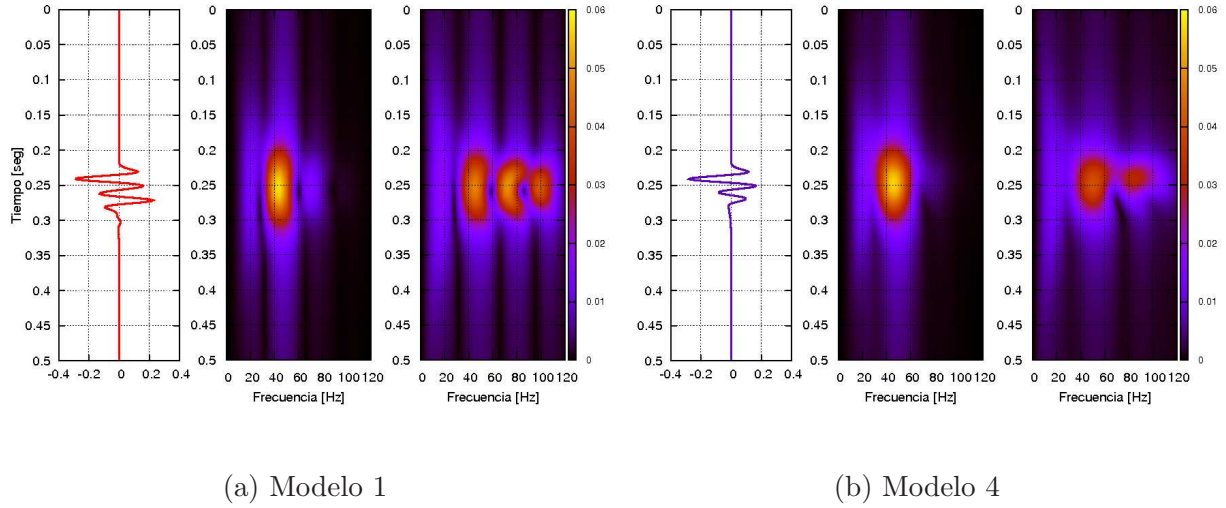


Figura 5.19: Traza y descomposición ST antes y después del balance espectral para el modelo 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/4$ .

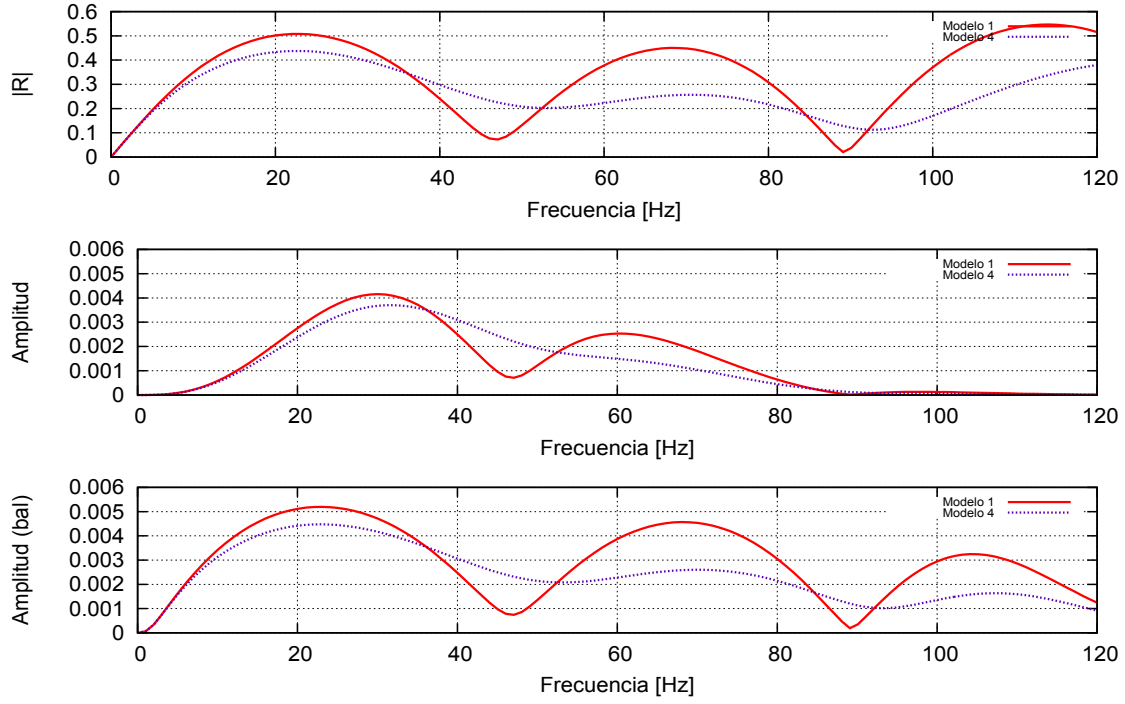


Figura 5.20: Coeficiente de reflexión generalizado, espectro de amplitud y espectro balanceado para US como roca reservorio saturada con agua y gas para modelos 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/8$ .

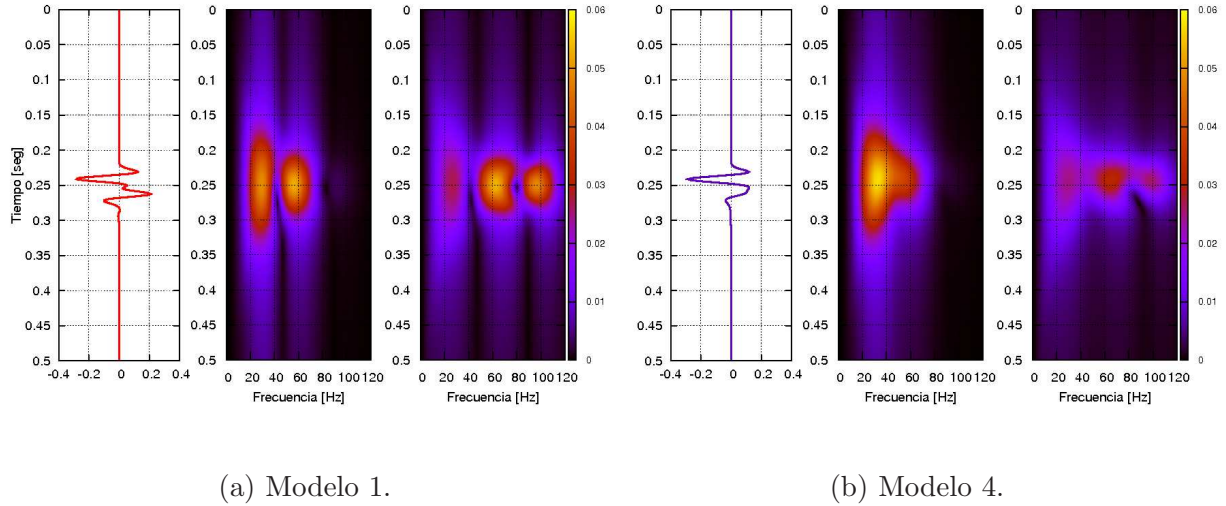


Figura 5.21: Traza y descomposición ST antes y después del balance espectral para el modelo 1 y 4,  $d_2 = \lambda_2/8$ .

Finalmente, en las figuras 5.17, 5.19 y 5.21 se muestran las trazas correspondientes y las descomposiciones ST de las mismas, antes y después del balance espectral, para cada uno de los casos analizados previamente. Se observa que la ST localiza sin inconvenientes los lóbulos tanto del espectro de amplitud como del espectro de amplitud balanceado, viéndose la recuperación de los lóbulos de la reflectividad en el último caso. También podemos observar la caída de amplitud de los lóbulos del modelo 4 frente a los del modelo 1. Se observa el realce de amplitud para el caso en que ambas capas tienen espesor de tuning.

Los picos espectrales observados en estos ejemplos, basados en este sencillo modelo de dos capas, demuestran que para reservorios con estratificaciones finas es posible la ocurrencia de amplitudes apreciables en el rango de bajas frecuencias, aún en presencia de efectos de atenuación. Además ponen de manifiesto la conveniencia y necesidad de utilizar alguna forma de balance espectral para mejorar la capacidad de observación de las mismas.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En esta tesis se analizó el comportamiento espectral de las reflexiones sísmicas originadas en modelos de reservorio simplificados, consistentes en estratos de areniscas en medio de esquistos. Mediante la aproximación acústica se modelaron sismogramas de reflexión para lo cual utilizaron soluciones analíticas para la reflectividad generalizada en el dominio de las frecuencias para una capa y dos capas de espesores finos entre dos semiespacios. Dicha reflectividad (compleja y dependiente de la frecuencia), tiene en cuenta efectos de interferencia, tuning y múltiples generadas dentro de la capa y permite hacer una estimación teórica de las frecuencias asociadas a los máximos de amplitud. El comportamiento de las rocas se describió mediante herramientas de la física de rocas. En tal sentido se utilizó el modelo poroelásticos de Gassmann (1951) y el modelo viscoelástico de White et al. (1975), apropiado para modelar el comportamiento de la atenuación y la dispersión de velocidad sísmica en ambientes de reservorio.

En particular, se puso énfasis en el estudio de la sensibilidad teórica de la frecuencia donde ocurren los picos espectrales, mediante experimentos numéricos. El análisis del contenido espectral en función del tiempo se realizó mediante una técnica de descomposición tiempo-frecuencia basada en la transformada de Stockwell (1996), resultando de muy buena resolución para la localización de la frecuencia pico, corroborando las estimaciones con las predicciones teóricas. Se estudió la sensibilidad de este atributo a los parámetros geométricos y físicos del reservorio.

A partir de las pruebas realizadas se trató de entender la ocurrencia de amplitudes en bajas frecuencias, fenómeno observado y discutido por diversos autores, investigando bajo qué condiciones pueden ocurrir particularmente en el caso de capas finas.

Para roca poco consolidada los experimentos mostraron que la reflectividad y el espectro de amplitud de las trazas sufren variaciones significativas con el tipo de fluido del reservorio así como con el grado de saturación. Del mismo modo, respecto de los fenómenos de



atenuación-dispersión, se observa en general que producen pérdidas de amplitud en las reflexiones pero no modifican sustancialmente la posición de los picos. Para roca consolidada no se observan variaciones bajo ninguna de estas consideraciones. No obstante, se observa que los espesores son los parámetros de mayor influencia en la localización de los máximos espectrales y sus variaciones para ambas consolidaciones.

Los resultados obtenidos para el modelo de reservorio de una capa fina, nos llevaron a concluir que el mismo resulta insuficiente para observar amplitudes importantes a frecuencias bajas (menores a 20 Hz), resultados que cualitativamente concuerdan con los obtenidos en otros trabajos sobre el tema [25],[38]. Esto nos llevó a proponer un modelo de reservorio formado por dos capas, lo que a pesar de su sencillez, no había sido estudiado por otros autores. Los picos espectrales observados para este segundo modelo demuestran que para reservorios con estratificaciones finas es posible la ocurrencia de amplitudes apreciables en el rango de bajas frecuencias, aún en presencia de atenuación. Los resultados a su vez ponen de manifiesto la conveniencia de utilizar balance espectral para realzar dichas amplitudes y posibilitar su detección.

Los resultados generales de este trabajo nos permiten concluir que, teniendo en cuenta que los espesores y fenómenos de interferencia parecen ser los que controlan la ocurrencia de amplitudes anómalas de baja frecuencia, las mismas no deberían usarse por si solas como indicador directo de la presencia de hidrocarburos (gas en particular), debiendo el estudio complementarse y correlacionarse con otros atributos que tengan en cuenta las amplitudes y velocidades en estos ambientes (por ejemplo, análisis de amplitudes vs. ángulo y versus frecuencia).

Dichos análisis se llevarán a cabo en futuros trabajos, en los cuales se espera también generalizar los resultados con sismogramas generados a partir de simuladores numéricos basados en ecuaciones de onda en dos dimensiones. Considerando casos elásticos, viscoelásticos y usando teoría de Biot, de manera de incluir conversiones de modo y considerar geometrías más generales en este problema.

# Bibliografía

- [1] Aki K. y Richards P., 2002. *Quantitative seismology*, second edition, University Science Books.
- [2] Arts R., Eiken O., Chadwick A., Zweigel P., Van der Meer L. y Zinszner B, 2004. Monitoring of CO<sub>2</sub> injected at Sleipner using time-lapse seismic data, *Energy*, 29, 1383-1392.
- [3] Avseth P., Mukerji T., and Mavko G., 2005. *Quantitative seismic interpretation: applying rock physics tools to reduce interpretation risk*. Cambridge University Press.
- [4] Batzle M. and Wang Z., 1992. Seismic properties of pore fluids, *Geophysics*, 57(11)1396-1408.
- [5] Berryman J., 1999. Origin of Gassmann's equations, *Geophysics*, 64(5), 1627-1629.
- [6] Biot M. A., 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *Journal of Applied Physics*, 33, 1482-1498.
- [7] Brekhovskikh L., 1980. *Waves in Layered Media*, 2nd Edition, Academic Press New York.
- [8] Carcione J.M. and Picotti S., 2006. P-wave seismic attenuation by slow-wave diffusion: Effects of inhomogeneous rock properties, *Geophysics* **71**no. 3, 01-08.
- [9] Carcione J.M., 2007. *Wave Fields in Real Media. Theory and Numerical Simulation of Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media*, 2 ed., Elsevier, Amsterdam.
- [10] Castagna J. P. y Backus M. H., 1993. *Offset-Dependent Reflectivity-Theory and Practice of AVO Analysis* Investigations in Geophysics N 8.
- [11] Castagna J.P., Sun S., y Siegfried R., 2003. Instantaneous spectral analysis: Detection of low-frequency shadows associated with hydrocarbons. *The Leading Edge*, 22(2), 120-127.

- [12] Castagna J.P., Swan J.P., and Foster D.J., 1998. Framework for AVO gradient and intercept interpretation, *Geophysics*, 63:948-95.
- [13] Chakraborty A. y Okaya D., 1995. Frequency-time decomposition of seismic data using wavelet-based methods. *Geophysics* 60(6), 1906-1916.
- [14] De-hua Han, Batzle M., 2001 September. Fizz Water and Low Gas Saturated Reservoirs, SEG Int. Exposition and Annual Meeting, San Antonio, Texas, 9-14.
- [15] Chabyishova E. and Goloshubin G., 2014. Seismic modeling of low-frequency shadows beneath gas reservoirs, *Geophysics*, 79(6), D417-D423.
- [16] Cohen L., 1995. *Time-Frequency analysis*, Prentice Hall Signal Processing Series, Ed. Alan Oppenheim.
- [17] Gassmann F., 1951. Uber die elastizitat poroser medien, *Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gessellschaft in Zurich*, (96), 1-23.
- [18] Gómez J.L., 2014 *Análisis de la reflectividad sísmica e indicadores asociados para el monitoreo de reservorios de dióxido de carbono*, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP.
- [19] Goloshubin G., Van Schuyver C., Korneev V. Silin D. and Vingalov V., 2006. Reservoir imaging using low frequencies of seismic reflections, *The Leading Rdge*, 25(5), 527-531.
- [20] Goupillaud P., Grossmann A., and Morlet J., 1985. Cycle octave and related transforms in seismic signal analysis, in *Geoexploration*, Elsevier Science Publ. B.V., 23, 85-102.
- [21] Hamidi M. Hosseini S and Sadeghi H., 2011. Successful application of S-transform time-frequency method in hydrocarbon reservoirs and low frequency shadow detection. *Proceedings 10th SEGJ International Symposium (Japan)*.
- [22] Lay T. y Wallace T., 1995. *Modern Global Seismology*, Academic Press.
- [23] Liu Y. y Schmitt D., 2003. Amplitude and AVO responses of a single thin bed, *Geophysics*, 68(4), 1161-1168.
- [24] Liner C.L., 2012. Elements of seismic dispersion: A somewhat practical guide to frequency-dependent phenomena. seg distinguished instructor short course, no. 15, Society of Exploration Geophysicists.
- [25] Liu J., 2006. Spectral decomposition and its application in mapping stratigraphy and hydrocarbons. Phd Thesis, Department of Geosciences, University of Houston. <http://www.agl.uh.edu/pdf/theses/jianlei.pdf>
- [26] Liu J. and Marfurt K. J., 2007. Instantaneous spectral attributes to detect channels, *Geophysics*, 72 (2), P23-P31.

- [27] Mavko G., Mukerji T. y Dvorkin J., 1998. *The rock physics handbook*, Cambridge University Press.
- [28] Morlet J., Arens G., Fourgeau E., and D., G., 1982, Wave propagation and sampling theory, *Geophysics*, 47, 2, 203-236.
- [29] Odebeatu E., Zhang J., Chapman M., Liu E. and Li X., 2006. Application of spectral decomposition to detection of dispersion anomalies associated with gas saturation, *The Leading Edge*, 25(2), 206-210.
- [30] Puryear C.I. and Castagna J.P. Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application, 2008. *Geophysics* 73 (2), R37R48.
- [31] Quintal B. y S.M. Schmalholz, 2009. The reflection coefficient of a layer exhibiting high attenuation caused by interlayer flow, 71 EAGE Conference and Exhibition, Amsterdam, 6159.
- [32] Quintal B., Schmalholz S.M., Podladchikov Y.Y, 2009. Low frequency reflections from a thin layer with high attenuation caused by interlayer flow. *Geophysics*, 74(1),N15-N23.
- [33] Ravazzoli C.L. and Gómez J.L., 2014. Seismic Reflectivity in Carbon Dioxide Accumulations: a Review. *Carbon Sequestration and valorization*", Cap. 12, 343-364. Eds. C. Morgado, V. Esteves, Intech Open. ISBN 978-953-51-1225-9. <http://dx.doi.org/10.5772/57034>.
- [34] Rosenbaum J.H., 1974. Synthetic microseismograms: logging in porous formations, *Geophysics*, 39(1), 14-32.
- [35] Schön, J.H., 1996. *Physical Properties of Rocks: Fundamentals and principles of petrophysics*. Handbook of Geophysical Exploration vol. 18, Elsevier.
- [36] Smith T.M., C.H. Sondergeld, C.S. Rai, Gassmann fluid substitutions: A tutorial, *Geophysics*, 68(2),430440, 2003.
- [37] Stockwell R.G., Mansinha, L. and Lowe R.P., 1996. Localization of the complex spectrum: The S Transform, *IEEE Transactions on signal processing*, 44(4), 998-1001.
- [38] Tai S., December 2009. *Analysis of frequency characteristics seismic reflections with attenuation in thin layer zone: methods and applications*. PhD thesis, University of Houston.
- [39] Tai S., Puryear C. and Castagna J.P., 2009, Local frequency as a direct hydrocarbon indicator, SEG Houston 2009 International Exposition and Annual Meeting 2160-2163.

- [40] Taner M. T., Koehler F., and Sheriff E., 1979. Complex seismic trace analysis: *Geophysics*, 44(6), 1041-1063.
- [41] Wang Z., 2000. The Gassmann Equation Revisited: Comparing laboratory data with Gassmann's Predictions, Seismic and Acoustic velocities in reservoir rocks, *Geophysics* reprint series SEG, Vol 3 Number 19.
- [42] White J.E., Mikhaylova N.G. and Lyakhovitskiy F.M, 1975. Low-frequency seismic waves in fluid-saturated layered rocks. *Izvestija Academy of Science USSR, Physics of the Solid Earth*, 10,654-659.
- [43] White J.E., 1975. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation, *Geophysics*, 40,224-232.
- [44] Williams G. and Chadwick A., 2012. Quantitative seismic analysis of a thin layer of CO<sub>2</sub> in the Sleipner injection plume. *Geophysics*, 77(6):R245–R256.
- [45] Yilmaz O. and Doherty S. M., 2001. *Seismic data analysis*, Investigations in geophysics. Society of Exploration Geophysicists.
- [46] Zhang C. and Tadeusz J., 2002. Estimation of quality factors from CMP records, *Geophysics*, 67(5), 2002, 1542–1547.
- [47] Zenhua H., Xiaojun X. and Lien B., 2008. Numerical simulation of seismic low-frequency shadows and its application. *Applied Geophysics*, 5(4), 301-306 (China).
- [48] Zhang K., Marfurt K., Castro de Matos M. y Kwiatkowsky T., 2008. Time-frequency domain spectral balancing and phase dispersion compensation, AASPI ConocoPhillips School of Geology and Geophysics University of Oklahoma. <http://mcee.ou.edu/aaspi/publications/2008>